Jornal das Primeiras Matemáticas

Número 15
Dezembro, 2020

Ludus

Ludus

Temas da Matemática Elementar

As cinco estratégias de cálculo da adição e subtração do 1.º ano e o seu impacto nas aprendizagens do 1.º ciclo

Helena Martins, Luísa Silva, Maria de Fátima Areias,
Carlos Pereira dos Santos, Ricardo Cunha Teixeira

EBI de Angra do Heroísmo, ISEL & CEAFEL, NICA-UAc & FCT-UAc

carlos.santos@isel.pt, ricardo.ec.teixeira@uac.pt

Resumo: *No contexto da implementação do Projeto Prof DA do Programa "ProSucesso – Açores pela Educação", da Secretaria Regional da Educação do Governo dos Açores, e da Oficina "Matemática Passo a Passo", da Universidade dos Açores, os autores apresentam 5 estratégias de cálculo da adição e subtração, a implementar no 1.º ano de escolaridade, bem como os requisitos prévios a essa abordagem e o seu impacto em aprendizagens futuras.*

Palavras-chave: Projeto Prof DA do Programa "ProSucesso – Açores pela Educação", Oficina "Matemática Passo a Passo", estratégias de cálculo, adição, subtração, 1.º Ciclo do Ensino Básico.

Introdução

O Projeto Prof DA decorre desde o início do ano letivo de 2015/16 em todas as escolas públicas da Região Autónoma dos Açores que ministram o 1.º Ciclo do Ensino Básico. A ação do Prof **DA** (professor qualificado na superação de **D**ificuldades de **A**prendizagem a Matemática) é determinada pela oficina de formação "Matemática Passo a Passo" e tem por base estudos provenientes das neurociências cognitivas, que fornecem pistas sobre a forma como o cérebro de uma criança aprende Matemática (ver, por exemplo, [21]), e alguns casos de sucesso do ensino da Matemática no Mundo, como é o exemplo de Singapura, que nos apresenta um leque vasto de pormenores de ordem cientifica e didática amplamente testados em vários países (ver, por exemplo, [22]).

A abordagem concreto-pictórico-abstrato (abordagem CPA), que remonta aos trabalhos do psicólogo norte-americano Jerome Bruner [2, 3] é uma das teorias edificadoras do currículo de Matemática de Singapura. Os temas devem ser introduzidos partindo do concreto. O aluno deve perceber que a Matemática pode ser usada para interagir com o meio que o rodeia e para resolver problemas da vida real. É importante recorrer a um leque diversificado de materiais, dos materiais manipuláveis estruturados aos não estruturados. Os registos pictóricos constituem representações de conceitos e procedimentos que ajudam os alunos a esquematizarem o seu raciocínio. Já no âmbito do abstrato, o trabalho formal com os símbolos permite mostrar aos alunos que existe uma maneira mais rápida e eficaz de representar um determinado conceito ou procedimento. O significado de cada símbolo deve estar firmemente enraizado em experiências com objetos reais e com situações do quotidiano.

Destaca-se também o trabalho do educador matemático húngaro Zoltán Dienes [8] relativo aos princípios de variabilidade matemática e percetiva que revelam que a aprendizagem de um conceito é facilitada quando se exploram múltiplas perspetivas e representações. Por sua vez, o psicólogo inglês Richard Skemp [20] alerta para a importância de uma aprendizagem conceptual, em detrimento de uma aprendizagem meramente procedimental, destacando a importância de os alunos estabelecerem conexões matemáticas para uma aprendizagem com compreensão e mais duradoura.

Mais informações sobre as teorias edificadoras do currículo de Singapura estão disponíveis em [9, 22]. Nos últimos anos, têm surgido também várias publicações que decorrem da implementação do Projeto Prof DA na Região Autónoma dos Açores [1, 4, 5, 7, 10, 11, 13, 19].

Este artigo apresenta uma proposta de exploração de 5 estratégias de cálculo, relativas à adição e subtração, tendo por base os princípios orientadores acima referidos. Na sequência da sua implementação nas escolas dos Açores, em turmas do 1.º ano de escolaridade, analisam-se os pré-requisitos necessários, bem como o impacto da exploração destas estratégias nas aprendizagens nos anos de escolaridade seguintes.

1 Requisitos prévios

O desenvolvimento do cálculo mental e a aprendizagem da adição e subtração, e da sua relação como operações inversas, podem ser potenciados se tivermos em conta alguns requisitos prévios. Aliás, uma imagem de marca do *Singapore Math*, o método de Singapura implementado em muitas partes do Mundo, em particular na Região Autónoma dos Açores, é o extremo cuidado com a ordem pela qual os temas de Matemática Elementar são explorados.

Podemos comparar a aprendizagem da Matemática Elementar com a construção de um bonito castelo com peças de lego. Para construirmos um castelo que perdure no tempo temos de ter cuidado com as suas fundações. Estas devem ser constituídas por *pequenas* peças de lego, combinadas entre si pela *ordem* correta, sob pena de obtermos uma construção frágil que desabe facilmente perante algumas adversidades. De facto, a ordem pela qual os conceitos e procedimentos matemáticos são explorados em tenra idade é determinante para a compreensão das fundações do "edifício matemático", sendo este um aspeto decisivo para o percurso escolar dos alunos. Além disso, a importância do desenvolvimento do sentido de número no combate precoce às dificuldades de aprendizagem tem vindo a ser destacada por muitos investigadores (ver, por exemplo, [14, 21]).

Voltemos aos requisitos necessários para o tema que propomos abordar neste artigo. Um desses requisitos é a exploração das separações/decomposições de números até 10, recorrendo a esquemas todo-partes (*number bonds*). Em [17], é apresentada uma visão global da utilização destes esquemas na exploração das decomposições, adições e subtrações com números até 10.

Outro requisito prévio a ter em conta é a composição da dezena e a compreensão do valor posicional dos algarismos que compõem números até 100, sendo este absolutamente imprescindível para as estratégias de cálculo que abordaremos. Em [18], são exploradas algumas formas de abordar o conceito de ordem das dezenas junto de crianças a partir dos cinco anos de idade, à luz da abordagem CPA.

Em seguida, apresentamos algumas considerações sobre estes requisitos prévios.

1.1 Decomposições de números até 10

Um *esquema todo-partes* constitui uma imagem (inicialmente, concreta; a certa altura, mental) que ilustra uma relação entre um número (todo) e pelo menos outros dois números (partes). Na utilização dos esquemas todo-partes para explorar as decomposições há aspetos importantes a ter em conta. Os alunos devem:

- investigar todas as possibilidades de decomposição dos números naturais até 10 em duas partes, numa primeira fase através da manipulação de objetos, incluindo o caso em que uma das partes apresenta zero objetos;
- verificar, com o passar do tempo, que as partes podem ser trocadas sem afetar a decomposição (por exemplo, perceber que tanto podemos dizer que "5 se decompõe em 2 e 3", como afirmar que "5 se decompõe em 3 e 2"); esta possibilidade de permuta, imediatamente compreensível quando se pensa em situações concretas, está na base da propriedade comutativa da adição;
- visualizar os esquemas todo-partes em diferentes posições e perceber que a relação de um todo "ligado" a duas partes não depende da orientação do esquema (ver Figura 1).

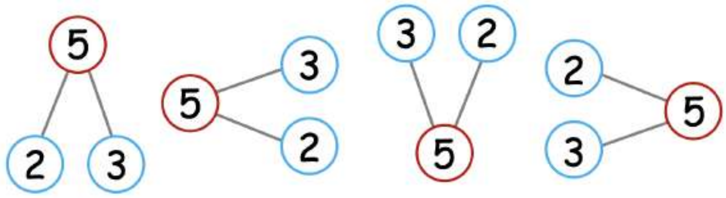

Figura 1: Esquemas todo-partes com diferentes orientações.

Com recurso a um leque diversificado de explorações, pretende-se que o aluno compreenda que se podem fazer diferentes esquemas/decomposições para o mesmo todo. Além disso, reconhecer as relações entre o todo e as partes ajudará o aluno não só a compreender, em etapas futuras, a adição e a subtração como também a aplicar corretamente a propriedade comutativa da adição.

Nas primeiras explorações dos esquemas todo-partes, aconselha-se a utilização de movimento com recurso a objetos concretos ou, mesmo, aos próprios alunos. Vejamos alguns exemplos.

Explicar aos alunos que será desenvolvida uma tarefa envolvendo o número 5, na qual terão de descobrir várias formas de o decompor/separar. Selecionar um grupo de 5 alunos de acordo com alguns atributos/propriedades (género, uso de óculos, cor do cabelo, vestuário, entre outras possibilidades). Explorar as diferentes decomposições do 5, remetendo para a aplicação de um critério com base num atributo/propriedade por cada decomposição. Por exemplo: "Há 5 alunos, 2 são meninos e 3 são meninas"; "Há 5 alunos, 4 têm cabelo escuro e 1 tem cabelo claro"; "Há 5 pessoas, 5 são crianças e 0 são adultos". Aconselha-se um trabalho prévio do tema "Propriedades e Critérios" (ver, por exemplo, [16]).

Uma ideia interessante de concretização das diferentes decomposições passa por utilizar três arcos no chão, formando um esquema todo-partes; um arco de uma cor (todo) e dois arcos de outra cor (partes). Por exemplo, pedir a 5 alunos que ocupem o primeiro arco (reforçar a ideia de todo): "Todos os 5 alunos estão no arco que representa o todo". Depois, pedir para os alunos se separarem pelos outros dois arcos, de acordo com um critério baseado num atributo/propriedade, e apresentar a conclusão (reforçar a ideia de partes): "Dos 5 alunos, 2 são meninos e 3 são meninas" (Figura 2).

Figura 2: Concretização da decomposição do 5 em 2 e 3. Do lado esquerdo, 5 alunos estão posicionados no arco que representa o todo. Do lado direito, os 5 alunos foram separados em dois grupos/partes de acordo com um critério baseado num atributo/propriedade.

Deve-se conduzir os alunos a verbalizarem a decomposição realizada usando os termos adequados e a concluirem que, embora separados, continuam a ser 5 ao todo. De seguida, o professor representa no quadro o esquema todo-partes, evidencia o círculo que representa o todo e faz a representação pictórica e simbólica da situação explorada com os alunos (Figura 3).

Figura 3: Representação pictórica e simbólica da decomposição do 5 em 2 e 3.

Juntar novamente os alunos ou selecionar outro grupo e, de seguida, propor-lhes que voltem a separar-se em dois grupos, mas seguindo um critério diferente. Em diálogo, incentivar os alunos a comparar a nova situação com a anterior e questioná-los se existirão outras formas diferentes de decompor/separar o número 5. Seguir o mesmo procedimento até se esgotarem todas as possíveis decomposições do número 5.

Num próximo momento, disponibilizar um esquema todo-partes, cinco tampas de plástico e um cartão com o numeral 5 a cada par de alunos e solicitar que representem as diferentes decomposições do número cinco (Figura 4). Os alunos deverão proceder ao registo das diferentes decomposições (Figura 5).

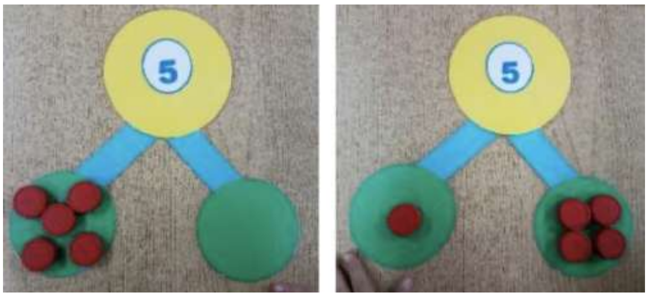

Figura 4: Decomposição do 5 em 5 e 0 (à esquerda) e em 1 e 4 (à direita).

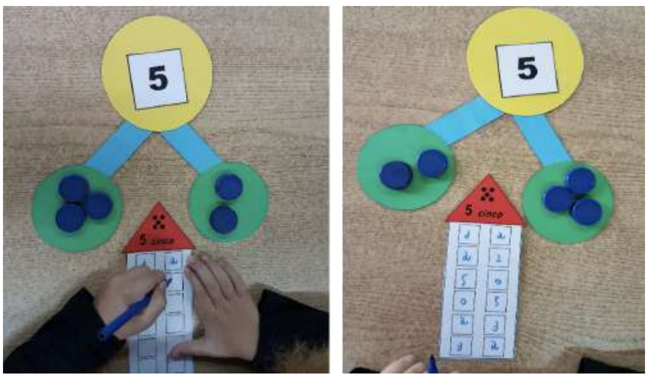

Figura 5: Registo das decomposições do 5.

Outra exploração possível poderá ser feita com recurso a imagens e a histórias associadas. O recurso a histórias ajuda a dar sentido ao esquema, pois o aluno contextualiza o todo e as partes e apercebe-se da relação entre eles. Por exemplo, com a imagem apresentada abaixo (da autoria de Elsa Marques, da EBI Canto da Maia) é possível fazer diferentes decomposições do número 5 (Figura 6); a forma como se decompõe o todo em partes é deixada em aberto.

Figura 6: Exemplos de possíveis explorações: “Há 5 meninas, 2 têm laços na cabeça e 3 não têm.”; “Há 5 meninas, 1 está de vestido e as outras 4 não.” ou “Há 5 meninas, 5 não têm óculos e 0 têm óculos.”.

Recomenda-se que as primeiras decomposições sejam precisamente as do número 5. Em seguida, igual sequência de exploração pode ser aplicada às decomposições do 1 ao 4 e, posteriormente, às decomposições do 6 ao 10. A Figura 7 ilustra passagens de dois vídeos que exploram o tema das decomposições dos números até 10.

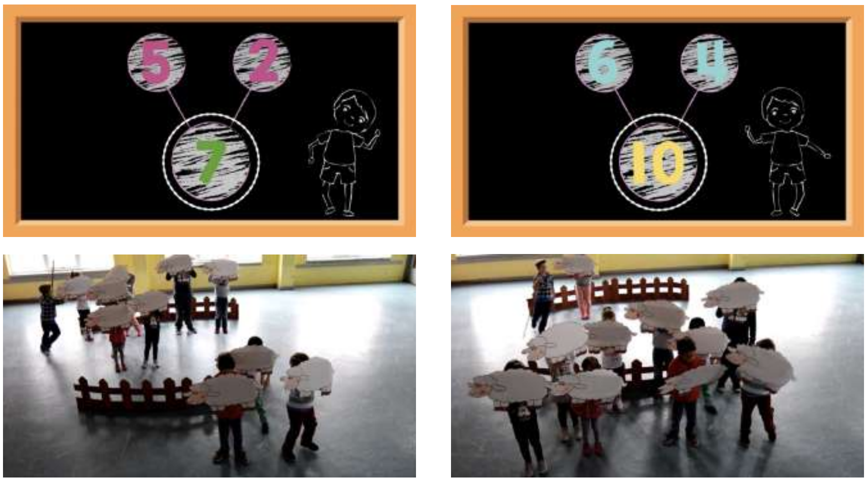

Figura 7: Em cima, passagens do vídeo “O Código dos Números”, que explora as decomposições de alguns números até 10 (`https://youtu.be/t0tlHAHlV7M`); em baixo, passagens do vídeo “As Ovelhas do João”, com as decomposições do número 10 (`https://youtu.be/iz9dL1In6rM`).

Em [7], apresenta-se uma história em que a simpática Estrela Alegria e os seus amigos exploram as diferentes decomposições dos números até 10.

Todos os esquemas com as diferentes decomposições dos números até 10 devem ser expostos na parede da sala de aula, durante algum tempo, para que os alunos revisitem as decomposições sempre que necessário, por exemplo aquando da abordagem da adição, da subtração e da relação da adição com a subtração (Figura 8). Com o passar do tempo, os esquemas deverão ser progressivamente memorizados pelos alunos e os respetivos registos retirados da parede da sala.

Figura 8: Esquemas com as decomposições dos números até 10.

Embora o 10 seja o primeiro número natural que se escreve com dois algarismos, as suas decomposições devem ser trabalhadas, tal como se exploram as dos números naturais até 9. Seria um erro fazer este tipo de trabalho apenas até ao 9, uma vez que, por o nosso sistema ser "decimal", baseado no "agrupamento de 10", muitas das estratégias básicas de cálculo mental envolvem a composição/ decomposição da dezena. Nas primeiras abordagens, o 10 é trabalhado como se fosse um 6 ou um 8; não se coloca ainda a tónica no conceito de "ordem numérica" ou de "algarismo". Este trabalho prévio relativo à dezena ajudará a introdução do conceito de "ordem das dezenas", que abordamos já de seguida.

1.2 Compor a dezena

Como o nosso sistema de numeração é um sistema decimal (de base 10), de natureza posicional, o "10" desempenha um papel de extrema importância, isto porque organizamos quantidades em grupos de 10, sendo que dez elementos unitários de uma ordem compõem um elemento unitário da ordem seguinte. Por este motivo, a forma como as crianças desenvolvem as primeiras explorações do nosso sistema de numeração é determinante para as suas aprendizagens futuras.

É fundamental que os alunos percebam que, por exemplo, quando representamos o número onze, "11", estamos a utilizar uma numeração de natureza posicional, em que o valor de cada algarismo depende da posição que ocupa: 1 vale uma dezena (ou seja, 10 unidades) e 1 vale uma unidade. Onze, na sua escrita matemática atual, traduz a organização uma dezena mais uma unidade. Da mesma forma, quando representamos o número doze, “12”, 1 vale uma dezena (10 unidades) e 2 vale duas unidades. E assim sucessivamente.

A compreensão de um sistema de numeração posicional é difícil nesta faixa etária, uma vez que está associada à importância da posição que os símbolos ocupam, posição essa que determina o valor de cada símbolo. Em particular, o mesmo símbolo pode representar quantidades distintas, dependendo da posição que ocupa na representação do número. Para uma verdadeira compreensão da ordem das dezenas (a primeira ordem a se constituir logo a seguir à ordem das unidades) deve-se procurar desenvolver estratégias eficazes na abordagem do sistema de numeração decimal, que passam inevitavelmente por ilustrar e esquematizar, seguindo uma abordagem CPA, segundo múltiplas perspetivas.

Para potenciar uma aprendizagem com compreensão da ordem das dezenas, as tarefas típicas são:

- separa dez e diz o número;
- pinta dez e diz o número;
- recurso a dispositivos de algarismos móveis.

A ação de separar dez (*compor a dezena*) e identificar o número pode ser explorada com recurso a uma diversidade de objetos (cubos de encaixe, feijões, palhinhas, berlindes, entre outros objetos do quotidiano). Pode-se começar por disponibilizar a cada aluno, ou par de alunos, um número diferente de objetos (de 10 a 19). De seguida, o aluno terá de formar um grupo de dez objetos. O professor explica que um grupo de 10 objetos forma uma dezena e conclui que uma dezena é igual a dez unidades. Deve-se convidar o aluno a descrever o número tendo em conta a dezena composta e as unidades soltas que sobraram (Figura 9).

Figura 9: Da esquerda para a direita: contando dez berlindes; compondo uma dezena; registo pictórico e simbólico.

Uma estratégia apropriada é a organização de objetos de forma a facilitar a contagem em termos visuais. Neste sentido, as representações são fundamentais nas primeiras aprendizagens da ordem das dezenas. A Figura 10 ilustra a ideia de composição da dezena, representada através de um grupo de 10 palhinhas, de um colar, de um cesto e de uma moldura do 10. Há uma ação associada ao processo de composição (prender as palhinhas com um elástico, fechar um colar, encher um cesto, preencher uma moldura). Os alunos devem perceber que compor uma dezena é fundamentalmente dar estatuto de coisa una a um grupo de dez objetos. A ideia de agrupamento de 10, a par da ideia de posição, são os alicerces do sistema decimal posicional, estando a primeira na origem da palavra "decimal" e a segunda na origem da palavra "posicional". Os alunos devem interiorizar as duas ideias da forma mais pragmática e concreta possível.

Figura 10: Composição da dezena, recorrendo a diferentes materiais.

No contexto da exploração dos números naturais para além da primeira dezena, é importante que os alunos ganhem, desde logo, alguma destreza a compor e a decompor os números naturais entre 11 e 19, reconhecendo que estes números são compostos por uma dezena e uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito ou nove unidades. Recomenda-se a utilização de um leque diversificado de *dispositivos de algarismos móveis*. Apresentam-se alguns exemplos.

A Figura 11 ilustra um primeiro exemplo. Repare-se nos cartões sobrepostos; esta importante ideia de sobreposição tem como finalidade passar a mensagem de que, na escrita "13", o algarismo "1" vale uma dezena, ou seja, dez unidades.

Figura 11: Reforço do valor posicional do algarismo "1" na escrita "13".

A Figura 12 ilustra outros exemplos.

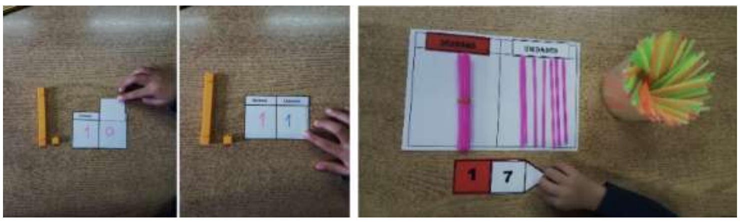

Figura 12: Exploração do valor posicional do algarismo das dezenas com recurso a diferentes dispositivos de algarismos móveis. Do lado direito, utilizam-se as *tiras de valor posicional*.

Na Figura 13, apresenta-se um exemplo com um dispositivo em madeira. Para mas informações, consultar [10] ou `https://youtu.be/BZJDkoe7Un8`.

Figura 13: Composição/decomposição do número 18 com um dispositivo de algarismos móveis em madeira.

Os alunos devem verbalizar as respetivas composições/decomposições com frases variadas. Por exemplo, para o 18: “O 18 decompõe-se em 10 e 8.”, “18 é igual a 10 mais 8.”, “O 10 e o 8 formam/compõem o 18.”, “10 e 8 faz 18.” (no sentido de “O ato de compor 10 e 8 faz 18.”), “10 mais 8 é igual a 18.”.

Em relação aos dispositivos de algarismos móveis, outra ideia interessante é a utilização de dois copos de esferovite, um com os numerais de 0 a 9 e o outro com o numeral 10. É uma boa prática associar um caráter uno à dezena: um ramo, uma árvore, uma moldura do 10, um colar (Figura 14).

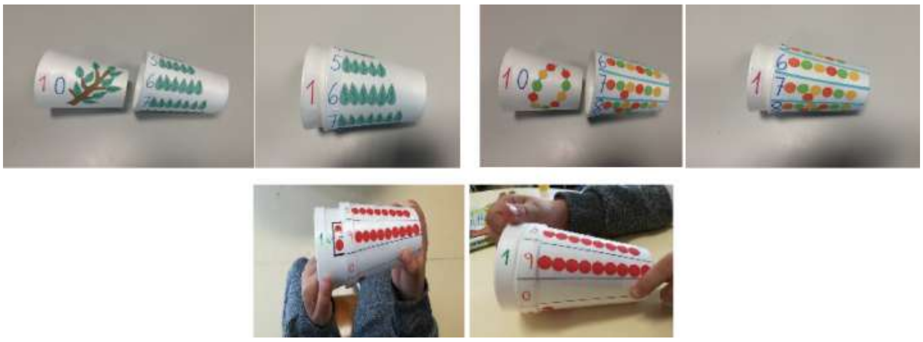

Figura 14: Representação de números com os *copos de valor posicional*.

É importante o uso de materiais manipuláveis diversificados, como os cubos de encaixe (Figura 11), o MAB ou material base 10 (Figura 12, do lado esquerdo, e Figura 15, do lado esquerdo), palhinhas (Figura 12, do lado direito) ou as barras *Cuisenaire* (Figura 15, do lado direito [18]).

Figura 15: Explorações com diferentes materiais. Do lado esquerdo, recorre-se também às *tiras de valor posicional*.

O dinheiro é outro material importante, por fazer parte do quotidiano dos alunos, em particular, as moedas de 1 euro e notas de 10 euros ou, em alternativa, as moedas de 1 cêntimo e moedas de 10 cêntimos. Este material não estruturado facilita a compreensão da dezena como grupo uno, quer no caso da nota de 10 euros que resulta da composição de 10 moedas de 1 euro como no caso da moeda de 10 cêntimos que resulta da composição de 10 moedas de 1 cêntimo.

No 1.º Ciclo do Ensino Básico, as ações de compor e decompor elementos unitários de certa ordem numérica são ações muito importantes, pois explicam os algoritmos tradicionais e não tradicionais. Sendo assim, impõe-se muito esforço e um leque diversificado de estratégias dedicadas a este tema.

2 Estratégias de cálculo com números até 20

O cálculo mental é extremamente útil, em particular, em muitas situações do quotidiano que exigem uma resposta rápida e eficaz. Um aluno que tenha desenvolvidas as competências de cálculo consegue manter uma relação diferente com os números, mais informada e esclarecida, que lhe permite resolver de forma expedita os problemas com que se depara. Assim sendo, devem-se explorar, desde cedo, diferentes estratégias para desenvolver a destreza de cálculo mental.

No contexto do 1.º ano de escolaridade e do intervalo numérico até 20, é fundamental desenvolver duas estratégias para a adição: “adicionar separando 10” e “adicionar fazendo 10”. Já para a subtração, podem-se desenvolver três estratégias: “decompor e subtrair às unidades”, “decompor e subtrair à dezena” e “retirar as unidades e subtrair o restante à dezena”, sendo que as duas últimas aplicam-se às mesmas situações (quando o subtrativo é maior do que o algarismo das unidades do aditivo). Ambas devem ser exploradas no decorrer do 1.º ano, permitindo que uns alunos optem por uma e outros pela outra, diversificando assim as estratégias de cálculo.

Quer na adição como na subtração, o aluno deve registar o cálculo que efetuou mentalmente, escrevendo expressões matemáticas. Apresenta-se, de seguida, uma exemplificação de cada uma das estratégias acima referidas. A ordem pela qual serão abordadas prende-se com as relações que existem entre elas.

2.1 Adicionar separando 10

Esta estratégia aplica-se quando uma das parcelas é superior a 10 e a outra é inferior a 10. A estratégia consiste em separar a dezena das unidades da parcela superior a 10, adicionando essas unidades à parcela inferior a 10. Por fim, deve-se compor/adicionar a dezena com a soma obtida das unidades. As Figuras 16 e 17 ilustram dois exemplos retirados de [12]. A Figura 18 ilustra um exemplo retirado de [6]. Os exemplos apresentam formas alternativas de registo dos cálculos. Contudo, a essência da estratégia é a mesma.

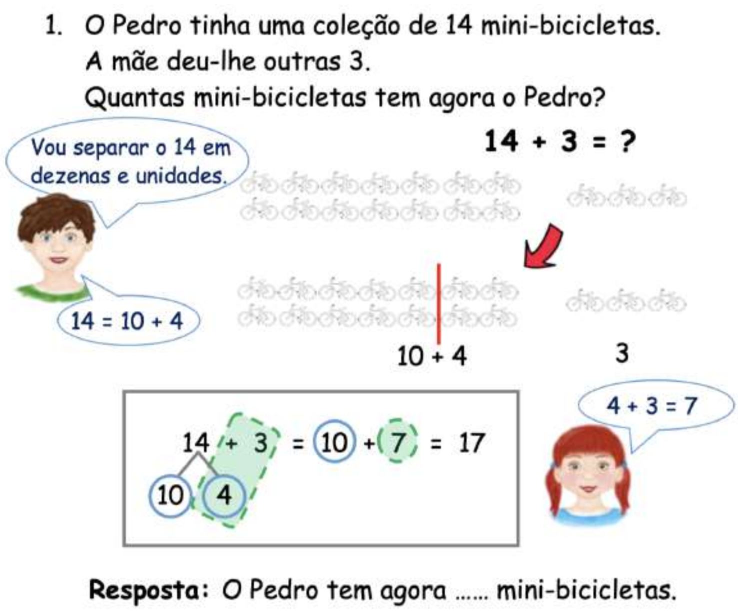

Figura 16: Decompõe-se 14 em 10 e 4. Adiciona-se 4 e 3, obtendo-se 7. Por fim, compõe-se/adiciona-se 10 e 7, obtendo-se 17. Então, $14 + 3 = 17$.

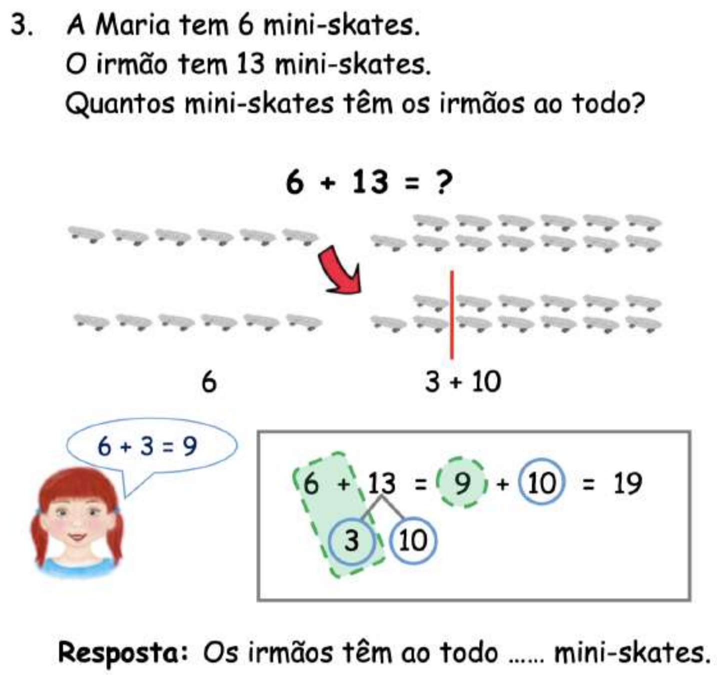

Figura 17: Decompõe-se 13 em 3 e 10. Adiciona-se 6 e 3, obtendo-se 9. Por fim, compõe-se/adiciona-se 9 e 10, obtendo-se 19. Então, $6 + 13 = 19$.

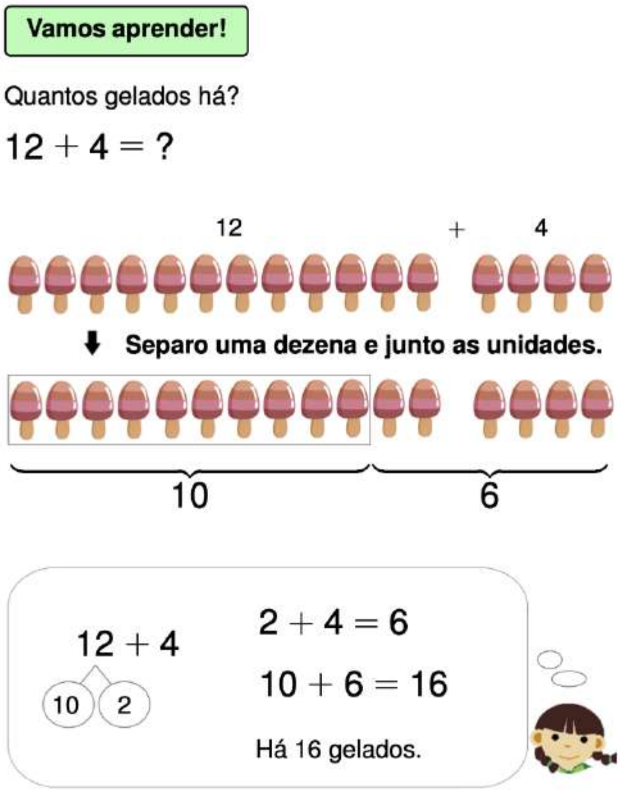

Figura 18: Decompõe-se 12 em 10 e 2. Adiciona-se 2 e 4, obtendo-se 6. Por fim, compõe-se/adiciona-se 10 e 6, obtendo-se 16. Então, $12 + 4 = 16$.

De notar a importância dos requisitos prévios apresentados na secção anterior:

- separar a dezena da parcela superior a 10 baseia-se na dinâmica de "compor a dezena";
- a adição das unidades fica facilitada se os alunos tiverem memorizado as diferentes decomposições de números até 10 (por exemplo, para calcular $2 + 4$, basta recordar qual o número que se decompõe em 2 e 4).

Na Figura 19, explora-se esta estratégia com recurso a um dispositivo de concretização. Ver também `https://youtu.be/9tjyxVr0lt0`.

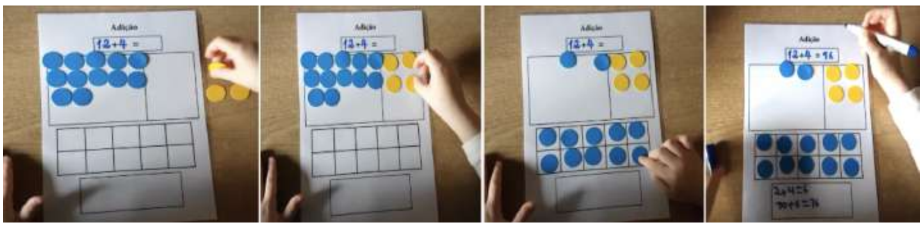

Figura 19: "Adicionar separando 10" com um dispositivo de concretização.

2.2 Decompor e subtrair às unidades

Apresenta-se, agora, a estratégia para a subtração contrária à estratégia anterior para adição. Esta estratégia aplica-se quando o aditivo é maior do que 10 e o subtrativo é menor do que 10, sendo inferior ou igual às unidades do aditivo (as unidades que não estão compostas na dezena). Esta estratégia consiste em decompor o aditivo na dezena e nas unidades, retirando o subtrativo às unidades decompostas do aditivo. Depois deve-se compor/adicionar a dezena com a diferença das unidades. A Figura 20 ilustra um exemplo retirado de [12] e a Figura 21 apresenta um exemplo retirado de [6].

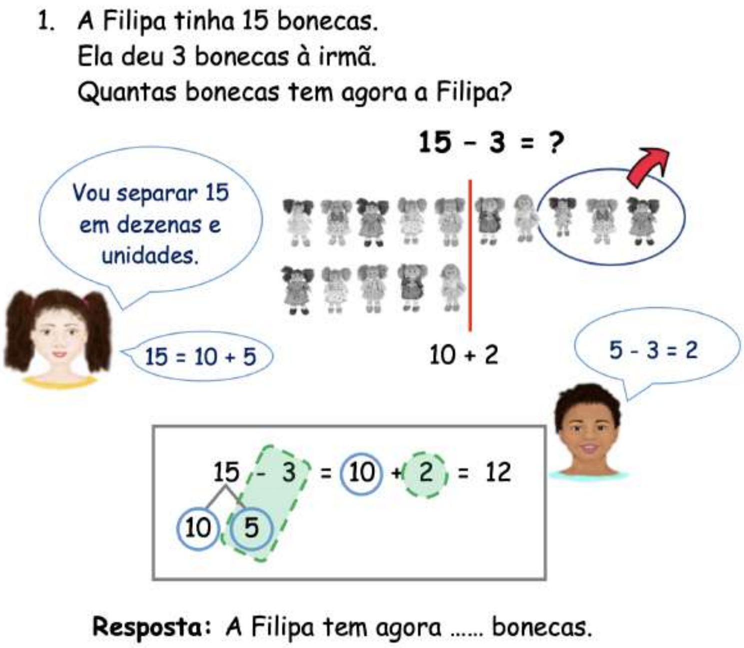

Figura 20: Decompõe-se 15 em 10 e 5. Subtrai-se 3 a 5, obtendo-se 2. Por fim, compõe-se/adiciona-se 10 e 2, obtendo-se 12. Então, $15 - 3 = 12$.

Nas primeiras explorações desta estratégia, importa explicar o motivo pelo qual se recorre a uma adição auxiliar quando a operação principal é uma subtração. Na verdade, quando se decompõe o aditivo e se retira o subtrativo a uma das partes, para se apresentar o resultado final há que voltar a compor as duas partes e uma composição faz-se sempre com recurso a uma adição. Um trabalho prévio com os esquemas todo-partes, evidenciando a relação entre as decomposições, adições e subtrações, pode ser uma boa ajuda na compreensão deste mecanismo (ver, por exemplo, [17]).

À semelhança da estratégia anterior, os requisitos prévios são importantes:

- separar a dezena do aditivo baseia-se na dinâmica de "compor a dezena";
- a subtração das unidades fica facilitada se os alunos tiverem memorizado as diferentes decomposições de números até 10 (por exemplo, para calcular $5 - 3$, basta recordar que o número 5 se decompõe em 3 e ...).

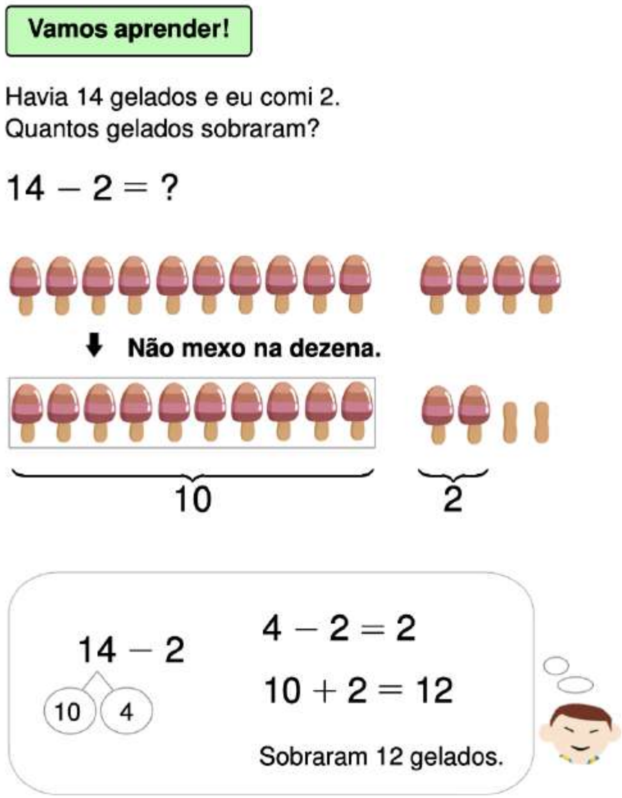

Figura 21: Decompõe-se 14 em 10 e 4. Subtrai-se 2 a 4, obtendo-se 2. Por fim, compõe-se/adiciona-se 10 e 2, obtendo-se 12. Então, $14 - 2 = 12$.

Na Figura 22, explora-se esta estratégia com recurso a um dispositivo de concretização. Ver também `https://youtu.be/7CHbEwsAazM`.

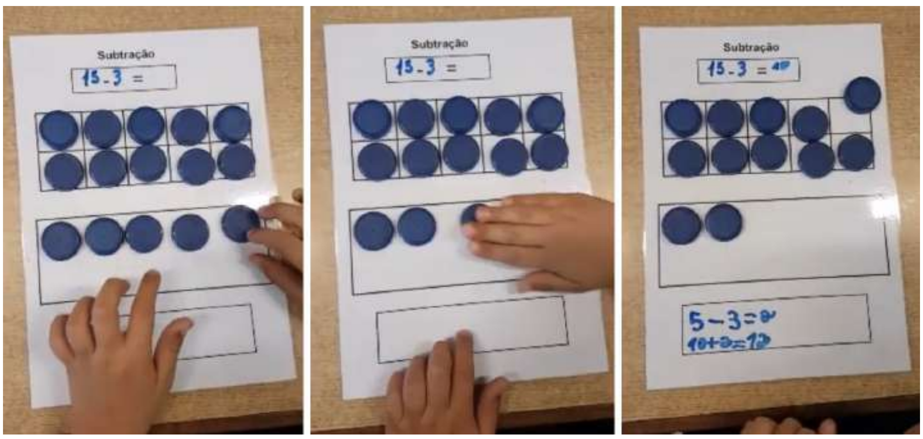

Figura 22: "Decompor e subtrair às unidades" com um dispositivo de concretização.

2.3 Adicionar fazendo 10

Esta estratégia aplica-se quando ambas as parcelas são inferiores a 10, mas o todo ultrapassa 10, e consiste em compor primeiro a dezena. Identifica-se a parcela maior e verifica-se quantas unidades faltam para fazer 10, as quais se vão buscar à parcela menor com recurso a uma decomposição. Por fim, compõe-se/adiciona-se a dezena formada com as restantes unidades da parcela que foi decomposta. A Figura 23 ilustra um exemplo retirado de [6]. As Figuras 24 e 25 ilustram dois exemplos retirados de [12]. Os exemplos apresentam formas alternativas de registo dos cálculos, mas a essência da estratégia é a mesma.

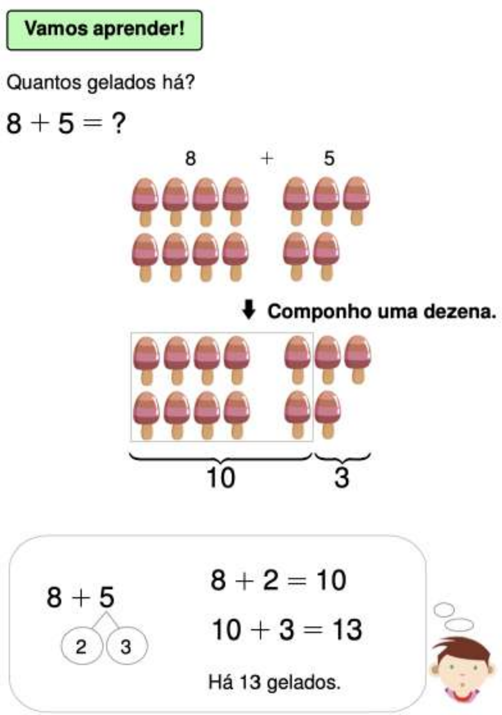

Figura 23: Verifica-se que a parcela maior é o 8 e que faltam 2 unidades para fazer 10. Em seguida, decompõe-se a parcela menor, ou seja, o 5, em 2 e 3. Compõe-se 8 e 2 para fazer 10 e, por fim, compõe-se a dezena formada com as restantes unidades da parcela que foi decomposta, isto é, compõe-se 10 e 3, obtendo-se 13. Portanto, $8 + 5 = 13$.

Os requisitos prévios continuam a desempenhar um papel importante:

- fazer 10 baseia-se na dinâmica de “compor a dezena” e no conhecimento das decomposições do número 10;

- a decomposição da parcela menor fica facilitada se os alunos tiverem memorizado as diferentes decomposições dos números naturais menores do que 10.

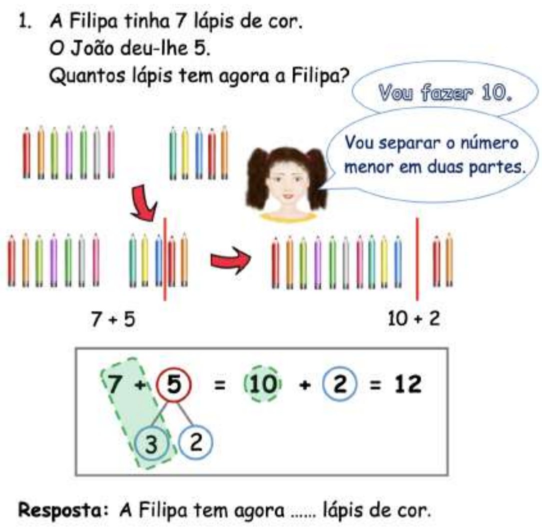

Figura 24: Verifica-se que a parcela maior é o 7 e que faltam 3 unidades para fazer 10. Em seguida, decompõe-se a parcela menor, ou seja, o 5, em 3 e 2. Compõe-se 7 e 3 para fazer 10 e, por fim, compõe-se a dezena formada com as restantes unidades da parcela que foi decomposta, isto é, compõe-se 10 e 2, obtendo-se 12. Portanto, $7 + 5 = 12$.

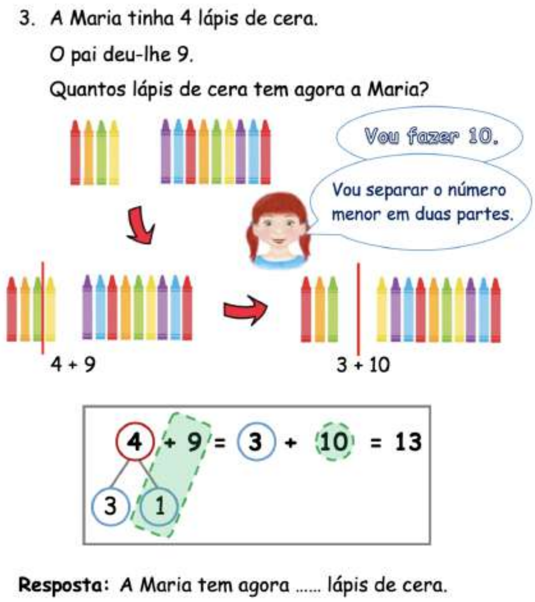

Figura 25: Verifica-se que a parcela maior é o 9 e que falta 1 unidade para fazer 10. Em seguida, decompõe-se a parcela menor, ou seja, o 4, em 3 e 1. Compõe-se 1 e 9 para fazer 10 e, por fim, compõe-se as restantes unidades da parcela que foi decomposta com a dezena formada, isto é, compõe-se 3 e 10, obtendo-se 13. Portanto, $4 + 9 = 13$.

Na Figura 26, explora-se a presente estratégia com recurso a um dispositivo de concretização. Ver também `https://youtu.be/CY__i2AiUkc`.

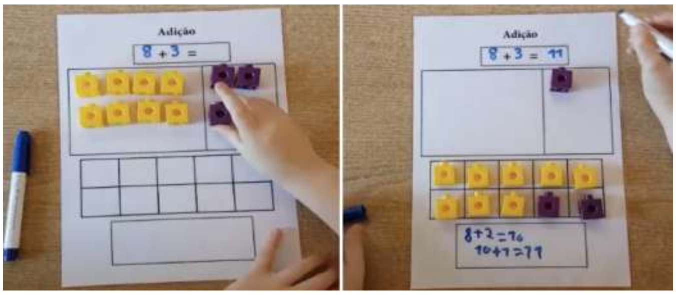

Figura 26: "Adicionar fazendo 10" com um dispositivo de concretização.

2.4 Decompor e subtrair à dezena

Apresenta-se, em seguida, uma estratégia para a subtração contrária à estratégia anterior para adição. Esta estratégia aplica-se quando o aditivo é maior do que 10 e o subtrativo é menor do que 10, sendo superior às unidades do aditivo (as unidades que não estão compostas na dezena). Esta estratégia consiste em decompor o aditivo na dezena e nas unidades, retirando o subtrativo à dezena. Depois deve-se compor/adicionar a diferença obtida com as unidades decompostas do aditivo. A Figura 27 ilustra um exemplo retirado de [12].

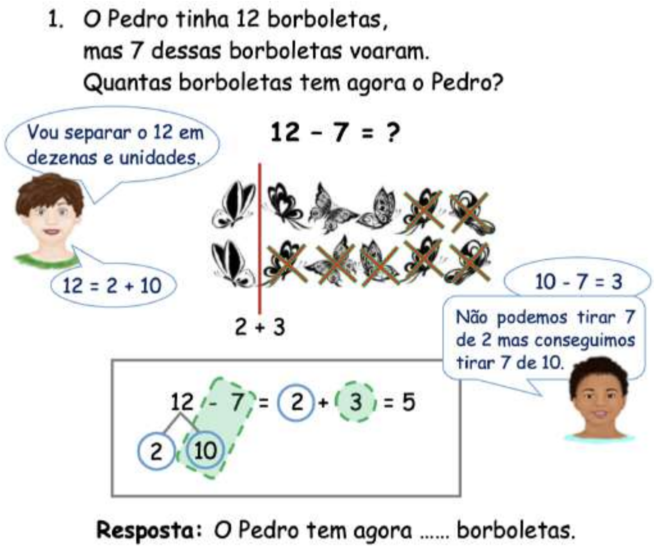

Figura 27: Decompõe-se 12 em 2 e 10. Não se pode subtrair 7 a 2, então subtrai-se 7 a 10, obtendo-se 3. Por fim, compõe-se/adiciona-se 2 (as unidades decompostas do aditivo) e 3 (a diferença resultante de se tirar 7 unidades à dezena), obtendo-se 5. Então, $12 - 7 = 5$.

Novamente, importa explicar o motivo pelo qual se recorre a uma adição auxiliar quando a operação principal é uma subtração. Na verdade, quando se decompõe o aditivo e se retira o subtrativo a uma das partes, para se apresentar o resultado final há que voltar a compor as duas partes e uma composição faz-se sempre com recurso a uma adição. Um trabalho prévio com os esquemas todo-partes, evidenciando a relação entre as decomposições, adições e subtrações, pode ser uma boa ajuda na compreensão deste mecanismo (ver, por exemplo, [17]).

Os requisitos prévios continuam relevantes:

- separar a dezena do aditivo baseia-se na dinâmica de “compor a dezena”;
- a subtração do subtrativo à dezena decomposta do aditivo fica facilitada se os alunos tiverem memorizado as diferentes decomposições do 10 (por exemplo, para calcular $10-7$, basta recordar que o número 10 se decompõe em 7 e . . .);
- a adição/composição da diferença obtida no passo anterior com as unidades decompostas do aditivo fica também facilitada se os alunos souberem as diferentes decomposições dos números naturais inferiores a 10 (por exemplo, para adicionar/compor 2 e 3, basta recordar qual o número que se decompõe em 2 e 3).

Na Figura 28, explora-se a presente estratégia com recurso a um dispositivo de concretização. Ver também `https://youtu.be/6U_bdpSuzzI`.

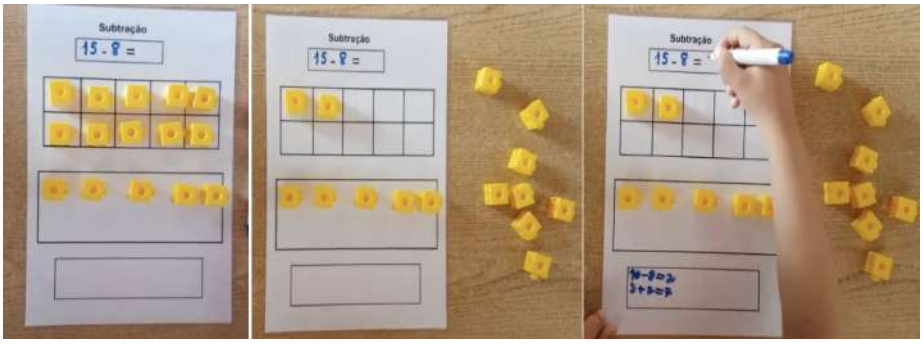

Figura 28: “Decompor e subtrair à dezena” com um dispositivo de concretização.

2.5 Retirar as unidades e subtrair o restante à dezena

Apresenta-se, por fim, uma estratégia alternativa para a subtração que pode ser aplicada nas mesmas situações da estratégia anterior. Ou seja, esta última estratégia aplica-se quando o aditivo é maior do que 10 e o subtrativo é menor do que 10, sendo superior às unidades do aditivo (as unidades que não estão compostas na dezena). A estratégia consiste em retirar as unidades do aditivo (as unidades que não estão composta na dezena) e subtrair à dezena o restante/a parte do subtrativo que ainda não foi subtraída/retirada ao aditivo.

A Figura 29 ilustra um exemplo retirado de [6] e a Figura 30 apresenta um exemplo retirado de [12].

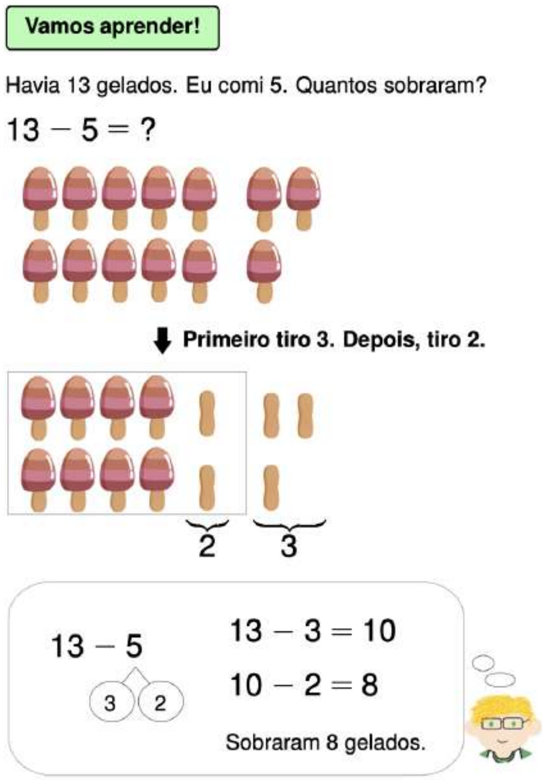

Figura 29: Constata-se que o aditivo é composto por 1 dezena e 3 unidades. Decompõe-se o subtrativo, ou seja, o 5, em 3 e 2. Retiram-se 3 unidades ao 13, obtendo-se 10. Por fim, a 10 retira-se 2, isto é, retira-se à dezena do aditivo a parte do subtrativo que ainda não foi retirada/subtraída ao aditivo, obtendo-se 8. Então, $13 - 5 = 8$.

Os requisitos prévios também são importantes na aplicação desta estratégia de cálculo:

- a análise feita ao aditivo no início da aplicação da estratégia, em que se identificam as unidades que não estão compostas na dezena, baseia-se na dinâmica de "compor a dezena";
- a decomposição do subtrativo, de acordo com a análise anterior, fica facilitada se os alunos souberem as diferentes decomposições dos números naturais inferiores a 10 (por exemplo, 5 decompõe-se em 3 e ...);
- a subtração à dezena da parte do subtrativo que ainda não foi retirada fica facilitada se os alunos tiverem memorizado as diferentes decomposições do 10 (por exemplo, para calcular $10 - 2$, basta recordar que o número 10 se decompõe em 2 e ...).

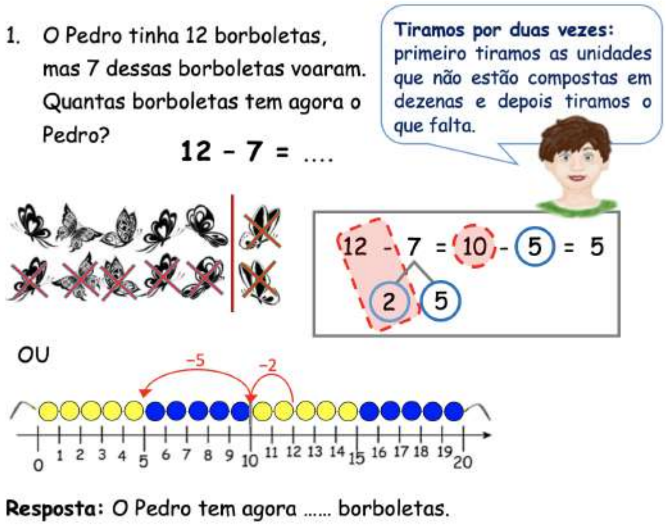

Figura 30: Constata-se que o aditivo é composto por 1 dezena e 2 unidades. Decompõe-se o subtrativo, ou seja, o 7, em 2 e 5. Retiram-se 2 unidades ao 12, obtendo-se 10. Por fim, a 10 retira-se 5, isto é, retira-se à dezena do aditivo a parte do subtrativo que ainda não foi retirada/subtraída ao aditivo, obtendo-se 5. Então, $12 - 7 = 5$.

Uma rápida comparação dos exemplos das Figuras 27 e 30 permite identificar as diferenças entre "decompor e subtrair à dezena" e "retirar as unidades e subtrair o restante à dezena". A primeira estratégia pode ser mais intuitiva numa fase inicial, uma vez que, não sendo possível retirar o subtrativo às unidades do aditivo (por este ser maior), se retira então o subtrativo à dezena do aditivo. Contudo, com o passar do tempo e, em particular, com números maiores, a segunda estratégia pode ser mais prática, ao se retirar aos poucos o subtrativo ao aditivo.

Em termos didáticos, pode ser preferível não explorar estas duas estratégias em simultâneo, optando por explorar uma delas com números até 20 e a outra, mais tarde, com números até 100.

Na Figura 31, explora-se a segunda estratégia com recurso a um dispositivo de concretização. Ver também `https://youtu.be/IPCFDcLux0E`.

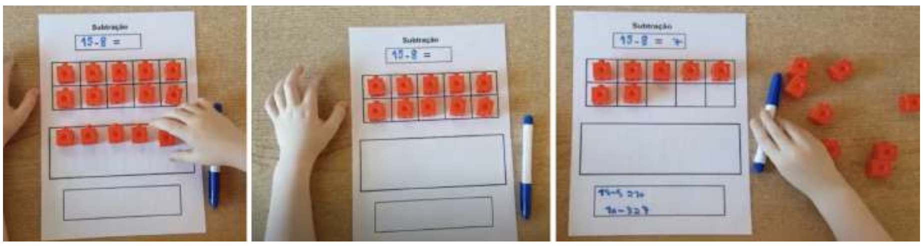

Figura 31: "Retirar as unidades e subtrair o restante à dezena" com um dispositivo de concretização.

Após as primeiras explorações de cada estratégia, aconselha-se a implementação de rotinas com alguma regularidade para os alunos adquirirem fluência de cálculo. A exploração das cinco estratégias é de extrema importância para o desenvolvimento do cálculo mental e, portanto, para as futuras aprendizagens, como se procura exemplificar na próxima secção.

3 Impacto das estratégias de cálculo

Nesta secção, analisamos o impacto das estratégias apresentadas neste artigo nas aprendizagens futuras dos alunos.

Ainda no contexto do 1.º ano de escolaridade, na caminhada dos números naturais até 100, as cinco estratégias continuam a desempenhar um papel de relevo, particularmente nas adições em que uma parcela é inferior a 10 e nas subtrações em que o subtrativo é inferior a 10. De facto, nesses casos, a única diferença está no número de dezenas, respetivamente, da outra parcela na adição e do aditivo na subtração. Isto porque podemos ter mais de uma dezena.

As Figuras 32 a 36, da autoria de Ana Maria Lima (EBS Tomás de Borba) e de Conceição Lima Vaz (EBI da Praia da Vitória), ilustram a adaptação das cinco estratégias para números até 100.

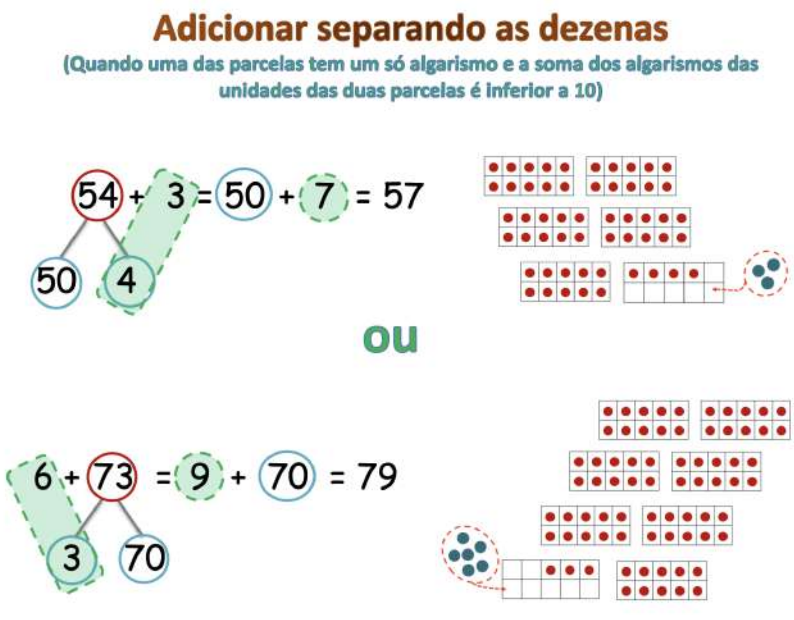

Figura 32: Adaptação da estratégia "adicionar separando 10" para números até 100.

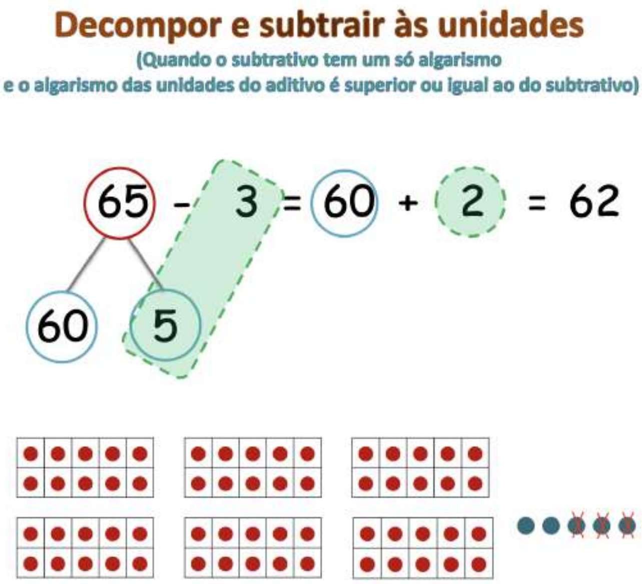

Figura 33: Adaptação da estratégia "decompor e subtrair às unidades" para números até 100.

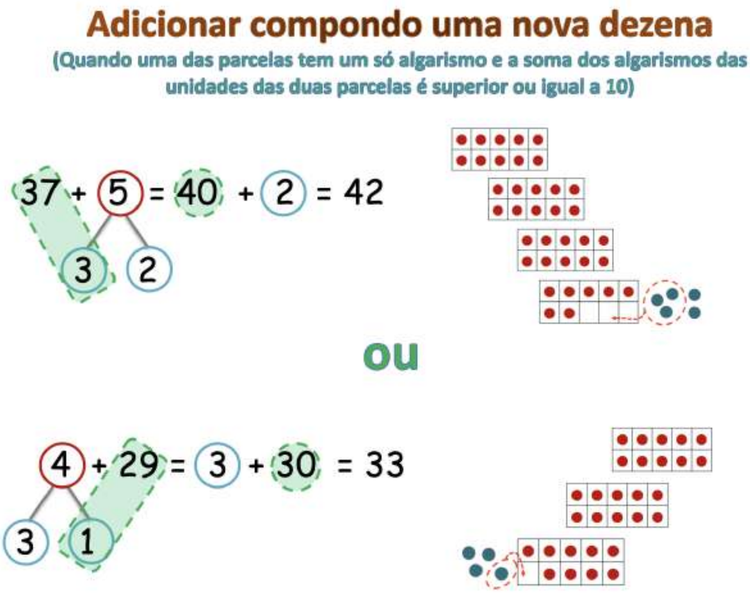

Figura 34: Adaptação da estratégia "adicionar fazendo 10" para números até 100.

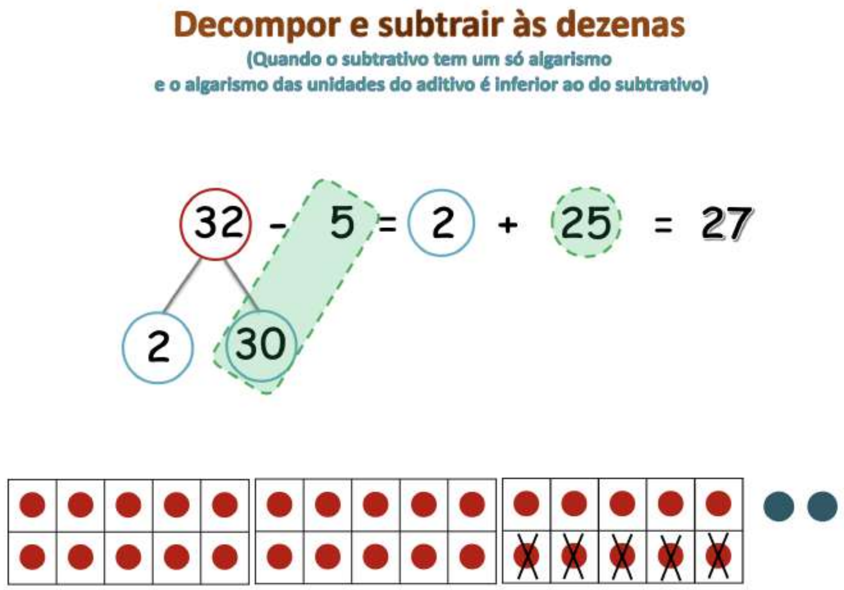

Figura 35: Adaptação da estratégia "decompor e subtrair à dezena" para números até 100.

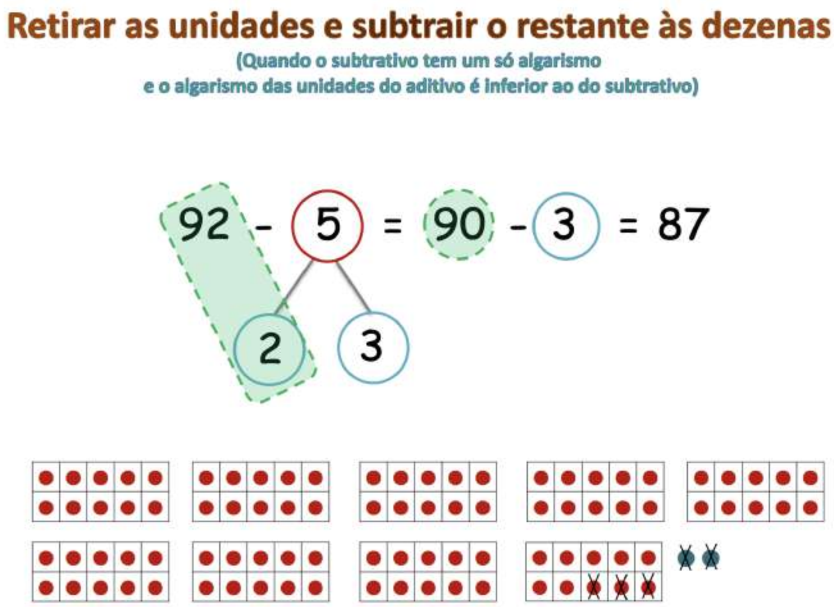

Figura 36: Adaptação da estratégia "retirar as unidades e subtrair o restante à dezena" para números até 100.

A aplicação das cinco estratégias com números até 100 deve ser consolidada ao longo do 1.º ano de escolaridade e na primeira metade do 2.º ano de escolaridade.

Nos próximos tópicos, continuamos a analisar a aplicação destas estratégias para a adição e subtração envolvendo números maiores.

3.1 Teias de cálculo

Os documentos mais recentes do Ministério da Educação [15] apontam para uma aposta no cálculo mental nos 1.º e 2.º anos de escolaridade, sendo recomendado que a exploração dos algoritmos das quatro operações aritméticas ocorra, de preferência, a partir do 3.º ano de escolaridade. Neste contexto, pode ser uma boa aposta a exploração de *teias de cálculo* no final do 1.º ano de escolaridade e no decorrer do 2.º ano de escolaridade.

Tal como as cinco estratégias de cálculo apresentadas neste artigo, a dinâmica das teias de cálculo também se baseia na natureza do nosso sistema de numeração posicional de base 10, em que se encara os números como se fossem "peças de lego", que se podem "montar"/"compor" e "desmontar"/"decompor", de acordo com as necessidades de cálculo a cada momento. Esta dinâmica de cálculo mental baseia-se no "coração" do nosso sistema de numeração, sendo por isso particularmente eficaz por promover a compreensão. Contudo, para se alcançar uma aprendizagem duradoura, como em tudo o que fica para a vida, é fundamental promover um trabalho continuado no tempo, com um leque diversificado de rotinas.

As teias de cálculo são particularmente úteis quando aplicadas a adições com as duas parcelas superiores a 10 e a subtrações com aditivo e subtrativo superiores a 10. Tal como para as cinco estratégias de cálculo, as teias de cálculo requerem um registo esquemático que, com o passar do tempo, se espera deixe de ser necessário efetuar no papel e passe apenas a ser visualizado mentalmente. Tem sido reportado nas escolas dos Açores que a implementação de teias de cálculo numa fase pré-algoritmos constitui uma boa ajuda para a introdução formal dos algoritmos numa fase posterior.

Nas teias de cálculo, os números a operar (adicionar ou subtrair) devem ser decompostos de acordo com as suas ordens. Neste contexto, é necessário que esteja bem compreendido o valor posicional de cada algarismo que compõe um número. Este trabalho pode ser concretizado com materiais e dispositivos tais como: material base 10, círculos e quadro de valor posicional, dados de valor posicional, tiras de valor posicional e dispositivos de algarismos móveis em madeira. Nas Figuras 37 e 38, apresentam-se alguns exemplos.

Os *dados de valor posicional*, ainda não mencionados neste artigo, são dados formados por 10 faces (são poliedros designados por trapezoedros pentagonais). Por apresentarem 10 faces, pode-se destacar um dado para as unidades, com as faces 0, 1, …, 9, um dado para as dezenas, com as faces 00, 10, …, 90, e assim sucessivamente, sendo possível com o lançamento dos dados obter de forma aleatória qualquer número inteiro não negativo.

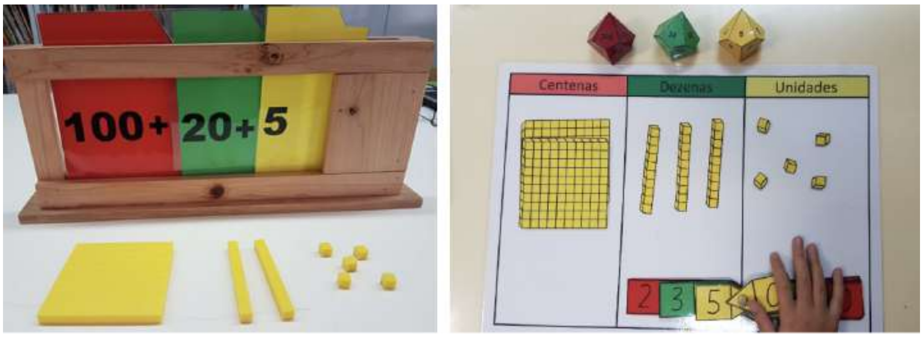

Figura 37: Representação de números com recurso ao dispositivo de algarismos móveis em madeira e ao material base 10 (do lado esquerdo) e com recurso ao quadro de valor posicional, ao material base 10 e aos dados e tiras de valor posicional (do lado direito).

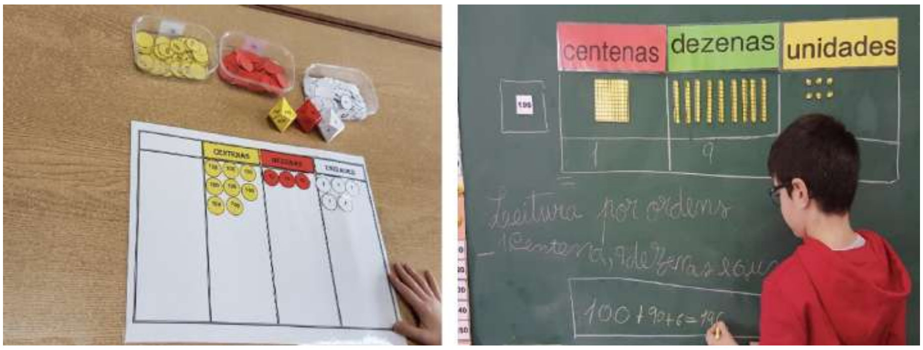

Figura 38: Representação de números com recurso ao quadro e círculos de valor posicional e aos dados de valor posicional (do lado esquerdo) e com recurso ao quadro de valor posicional e ao material base 10 (do lado direito). Do lado direito, o aluno apresenta ainda a leitura do número por ordens e a sua decomposição de acordo com as ordens.

O primeiro tipo de teias a explorar deve envolver a adição sem composição, como está ilustrado na Figura 39. Começa-se por efetuar a decomposição por ordens de cada uma das parcelas, dando-se início ao desenho da teia. De seguida, adicionam-se os números obtidos nas decomposições das duas parcelas (primeiro os números relativos às unidades, depois os números relativas às dezenas e assim sucessivamente). Por fim, compõem-se os resultados parciais de modo a obter a soma pretendida.

O segundo tipo de teias a explorar deve envolver o procedimento contrário, ou seja, a subtração sem decomposição, como está ilustrado na Figura 40. Começa-se por efetuar a decomposição por ordens do aditivo e do subtrativo, dando-se início ao desenho da teia. De seguida, subtraem-se os números obtidos nas decomposições do aditivo e do subtrativo (primeiro os números relativos às unidades, depois os números relativas às dezenas e assim sucessivamente). Por fim, compõem-se os resultados parciais de modo a obter a diferença pretendida.

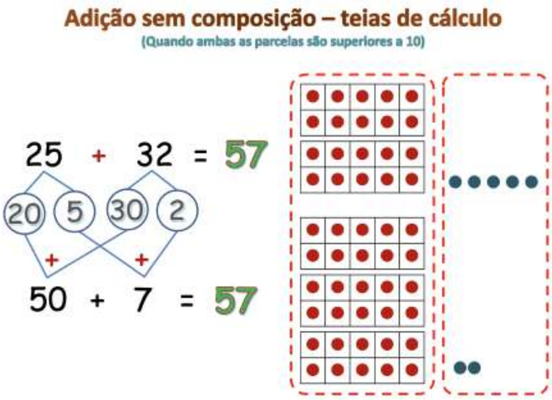

Figura 39: Exemplo de uma teia de cálculo envolvendo uma adição sem composição. Decompõe-se 25 em 20 e 5 e 32 em 30 e 2. Adiciona-se 2 e 5, obtendo-se 7. Adiciona-se 20 e 30, obtendo-se 50 (por outras palavras, adiciona-se 2 dezenas e 3 dezenas, obtendo-se 5 dezenas). Por fim, há que compor os resultados parciais, 50 e 7, obtendo-se 57. Portanto, $25 + 32 = 57$.

Nas teias de subtrações e tal como em algumas das cinco estratégias de cálculo, importa explicar o motivo pelo qual se recorre no final a uma adição auxiliar quando a operação principal é uma subtração. Na verdade, quando se decompõe o aditivo e o subtrativo e se efetuam as subtrações com os números obtidos, para se apresentar o resultado final há que voltar a compor os resultados parciais e uma composição faz-se sempre com recurso a uma adição. Uma teia de cálculo envolve sempre a escrita de duas igualdades, a igualdade principal relacionada com a operação que se pretende aplicar e uma igualdade auxiliar que resulta precisamente da composição dos resultados parciais, decorrentes das adições ou subtrações efetuadas.

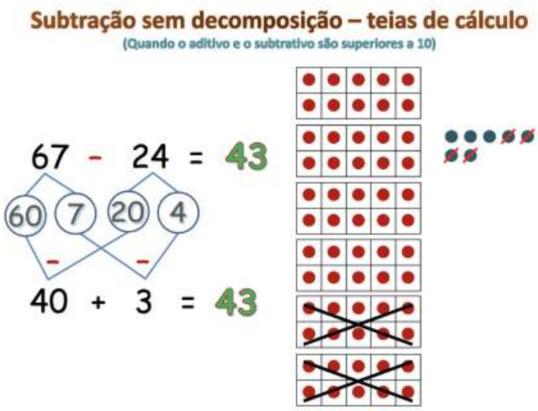

Figura 40: Exemplo de uma teia de cálculo envolvendo uma subtração sem decomposição. Decompõe-se 67 em 60 e 7 e 24 em 20 e 4. Subtrai-se 4 a 7, obtendo-se 3. Subtrai-se 20 a 60, obtendo-se 40 (por outras palavras, subtrai-se 2 dezenas a 6 dezenas, obtendo-se 4 dezenas). Por fim, há que compor os resultados parciais, 40 e 3, obtendo-se 43. Portanto, $67 - 24 = 43$.

As teias de cálculo baseiam-se, portanto, em efetuar a operação solicitada (adição ou subtração) por partes, decompondo os números envolvidos de acordo com as suas ordens. Esta dinâmica de cálculo, ordem a ordem, é precisamente a mesma dinâmica que está na base das estratégias "adicionar separando 10" e "decompor e subtrair às unidades". Os próximos exemplos, ilustrados nas Figuras 41 e 42, envolvem uma adição com composição e uma subtração com decomposição. Nessas situações, as restantes três estratégias podem ser uma ajuda nos cálculos auxiliares: "adicionar fazendo 10" e "decompor e subtrair à dezena"/"retirar as unidades e subtrair o restante à dezena".

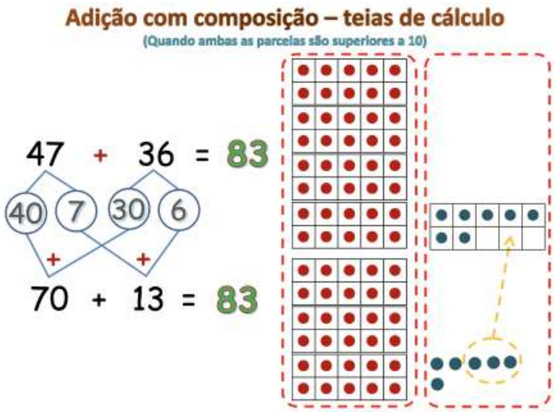

Figura 41: Exemplo de uma teia de cálculo envolvendo uma adição com composição. Decompõe-se 47 em 40 e 7 e 36 em 30 e 6. Adiciona-se 7 e 6, obtendo-se 13 (pode-se recorrer à estratégia "adicionar fazendo 10"). Adiciona-se 40 e 30, obtendo-se 70. Por fim, há que compor os resultados parciais, 70 e 13, obtendo-se 83. Portanto, $47 + 36 = 83$.

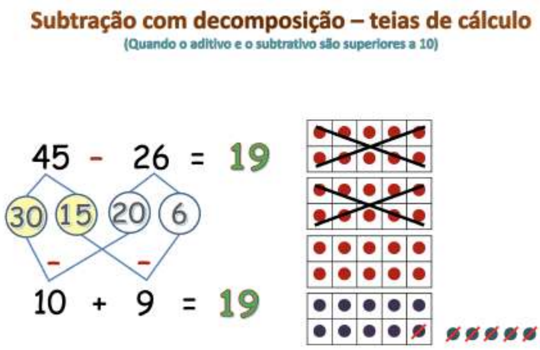

Figura 42: Exemplo de uma teia de cálculo envolvendo uma subtração com decomposição. Decompõe-se 45 em 40 e 5 e 26 em 20 e 6. Como não é possível retirar 6 de 5, reorganiza-se a decomposição do aditivo 45 em 30 e 15. Subtrai-se 6 a 15, obtendo-se 9 (na imagem recorre-se à estratégia "retirar as unidades e subtrair o restante à dezena"). Subtrai-se 20 a 30, obtendo-se 10. Por fim, há que compor os resultados parciais, 10 e 9, obtendo-se 19. Portanto, $45 - 26 = 19$.

De notar que no exemplo da Figura 42 calculou-se $15-6$ recorrendo à estratégia "retirar as unidades e subtrair o restante à dezena", mas também se podia ter aplicado a estratégia "decompor e subtrair à dezena", uma vez que as duas estratégias utilizam-se nas mesmas situações.

Importa também destacar a importância de reorganização da decomposição do aditivo nas subtrações com decomposição. Esta é uma destreza de cálculo que os alunos devem adquirir. Novamente, a ideia é encarar os números como "peças de lego", que podem ser reorganizadas (compostas/decompostas) de acordo com as necessidades. Sugere-se, por isso, a implementação regular de rotinas centradas em leituras diversificadas dos números. Desta forma, para além de questões como "Qual é o número composto por 4 dezenas e 5 unidades?", devem-se colocar questões como "Qual é o número composto por 3 dezenas e 15 unidades?" ou mesmo como "Qual é o número composto por 45 unidades?".

Fica também clara a importância das cinco estratégias de cálculo na aplicação de teias de cálculo para a adição e subtração, numa fase pré-algoritmos. Na próxima secção, analisaremos a aplicação destas estratégias no contexto dos algoritmos da adição e subtração.

3.2 Algoritmos da adição e subtração

No 1.º Ciclo do Ensino Básico, é fundamental que os alunos adquiram fluência na aplicação dos algoritmos das quatro operações aritméticas. Para tal, uma sólida competência no cálculo mental é imprescindível. Esta competência será mais facilmente atingida se os professores investirem em diferentes tarefas, como jogos e rotinas, que desenvolvam estratégias de cálculo mental. O currículo português prevê este investimento ao dar prioridade a essa competência durante os dois primeiros anos de escolaridade em detrimento da introdução aos algoritmos, planeada a partir do 3.º ano de escolaridade, de acordo com as Aprendizagens Essenciais [15], como já foi mencionado anteriormente.

Para ganhar alguma destreza nos algoritmos da multiplicação e divisão, é fundamental um bom conhecimento das tabuadas. Já para obter desenvoltura nos algoritmos da adição e subtração, as estratégias de cálculo abordadas neste artigo são de grande relevância. É expectável que os alunos que dominem essas estratégias de cálculo, bem como as teias de cálculo, possam resolver os algoritmos da adição e subtração com maior êxito e de forma mais célere.

Ao invés de uma abordagem que dê prioridade aos procedimentos dever-se-á apostar numa abordagem que favoreça a compreensão dos algoritmos utilizados. Para cumprir esta premissa deve-se ter em conta o uso de materiais diversificados, tais como o material base 10, dinheiro, o quadro de valor posicional e os círculos de valor posicional, entre outros exemplos. Veja-se a Figura 43.

Quer no algoritmo da adição com composição como no algoritmo da subtração com decomposição, a abordagem deverá ser gradual começando pela composição e decomposição das ordens menores e depois ir progressivamente passando para as ordens superiores, com exploração de uma ordem de cada vez.

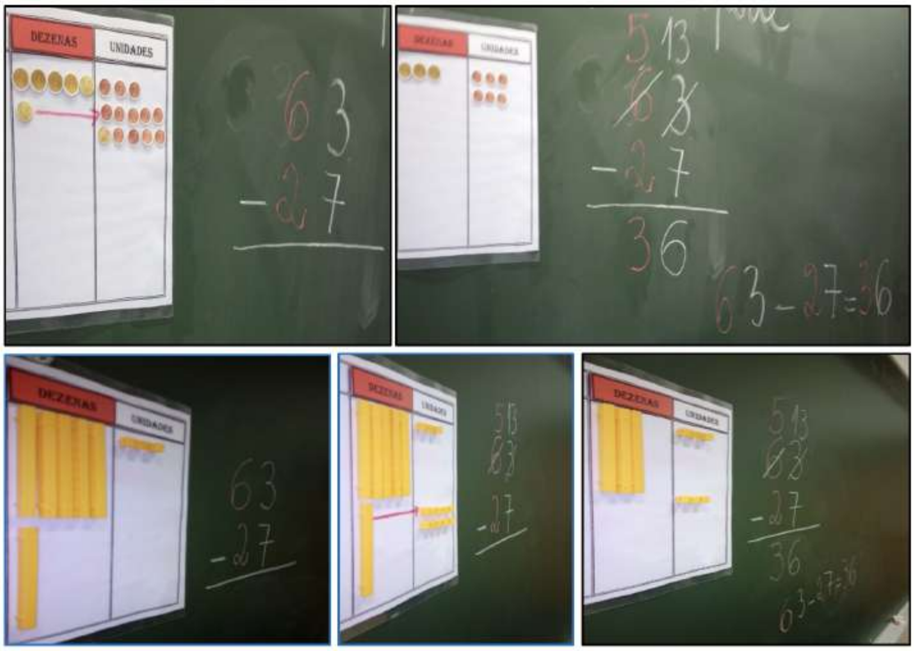

Figura 43: Utilização de dinheiro e do material base 10 na explicação do algoritmo da subtração com decomposição.

Em seguida, pormenorizamos alguns exemplos de aplicação da estratégia "adicionar fazendo 10" no algoritmo da adição com composição (Figuras 44 a 46).

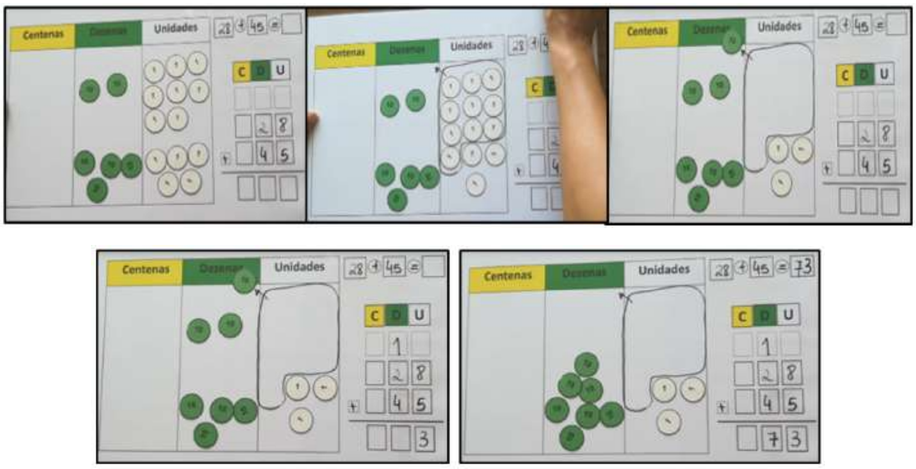

Figura 44: Pretende-se calcular 28+45, com recurso ao quadro e círculos de valor posicional. É uma adição com composição de dez unidades numa dezena. As unidades podem ser adicionadas aplicando a estratégia "adicionar fazendo 10", obtendo-se 8+5=13. Regista-se o 3 na coluna das unidades, na parte destinada ao resultado/soma, e compõe-se 10 unidades em 1 dezena, que é registada na coluna das dezenas, acima dos algarismos das dezenas das parcelas. O vídeo `https://youtu.be/Nc81zCx0QNs` ilustra os passos efetuados.

Figura 45: Pretende-se calcular 146 + 72, com recurso ao quadro de valor posicional com o material base 10/os círculos de valor posicional. É uma adição com composição de dez dezenas numa centena. As dezenas podem ser adicionadas aplicando a estratégia "adicionar fazendo 10", obtendo-se 4+7=11. Regista-se o 1 na coluna das dezenas, na parte destinada ao resultado/soma, e compõe-se 10 dezenas em 1 centena, que é registada na coluna das centenas, acima dos algarismos das centenas das parcelas.

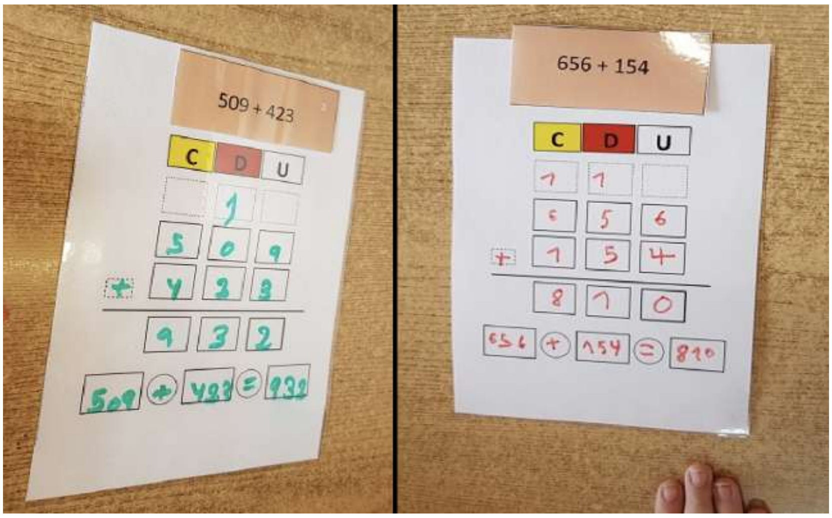

Figura 46: Do lado esquerdo, pretende-se calcular 509 + 423. As unidades podem ser adicionadas aplicando a estratégia "adicionar fazendo 10", obtendo-se 9+3=12. Do lado direito, pretende-se calcular 656+154. As unidades podem ser adicionadas aplicando a estratégia "adicionar fazendo 10", obtendo-se 6+4=10. As dezenas podem ser adicionadas aplicando a mesma estratégia, obtendo-se 1+5+5=1+10=11.

Por fim, ilustramos alguns exemplos de aplicação de uma das estratégias, "decompor e subtrair à dezena" ou "retirar as unidades e subtrair o restante à dezena", no algoritmo da subtração com decomposição (Figuras 47 a 49).

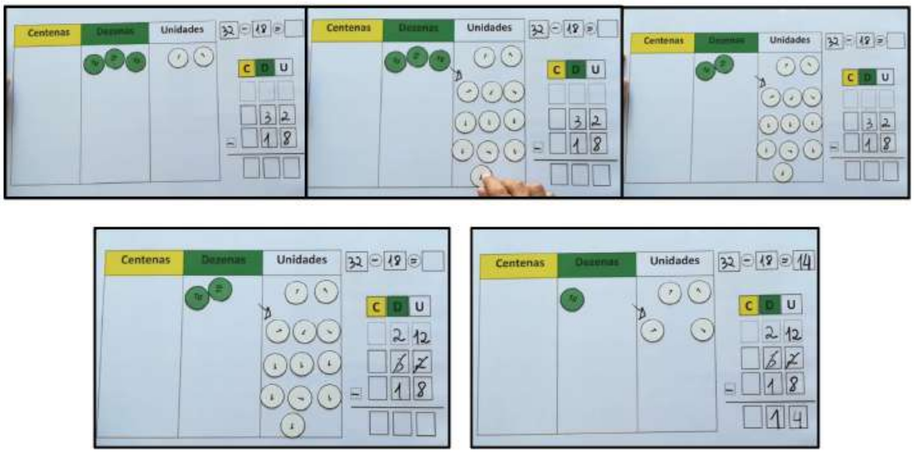

Figura 47: Pretende-se calcular 32 − 18, com recurso ao quadro e círculos de valor posicional. É uma subtração com decomposição. Como não se pode retirar 8 de 2, é necessário decompor uma das dezenas em dez unidades. Como consequência, o aditivo em vez de estar organizado em 3 dezenas e 2 unidades passa a estar organizado em 2 dezenas e 12 unidades. Agora já é possível retirar 8 a 12. Para calcular 12 − 8 pode-se aplicar uma das duas estratégias de cálculo "decompor e subtrair à dezena" ou "retirar as unidades e subtrair o restante à dezena". No exemplo, aplicou-se a primeira, retirando oito unidades à dezena. O vídeo `https://youtu.be/ebLIrHLhyOQ` ilustra os passos efetuados.

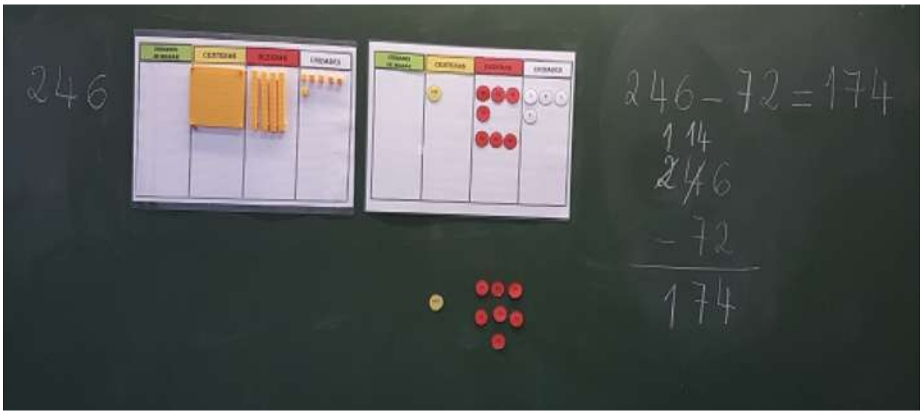

Figura 48: Pretende-se calcular 246 − 72, com recurso ao quadro de valor posicional com o material base 10/os círculos de valor posicional. É uma subtração com decomposição. Como não se pode retirar 7 dezenas de 4 dezenas, é necessário decompor uma das centenas em dez dezenas. Como consequência, o aditivo em vez de estar organizado em 2 centenas, 4 dezenas e 6 unidades passa a estar organizado em 1 centena, 14 dezenas e 6 unidades. Agora já é possível retirar 7 dezenas de 14 dezenas. Para calcular 14 − 7 pode-se recorrer a uma das duas estratégias de cálculo "decompor e subtrair à dezena" ou "retirar as unidades e subtrair o restante à dezena".

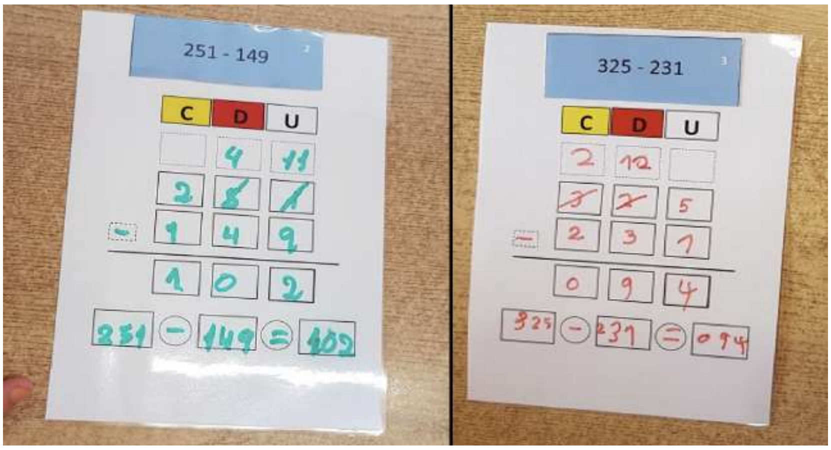

Figura 49: Mais dois exemplos de subtração com decomposição: do lado esquerdo, há a necessidade de decompor uma dezena em dez unidades e, do lado direito, de decompor uma centena em dez dezenas. As subtrações $11 - 9$ e $12 - 3$ podem ser obtidas rapidamente recorrendo a uma das duas estratégias de cálculo.

De notar que, no algoritmo da subtração por decomposição, surge sempre a necessidade de reorganização do aditivo. Essa reorganização fica facilitada com a prática de leituras diversificadas dos números, tal como acontece no contexto das teias da subtração por decomposição. Por exemplo, para o exemplo da Figura 47, é importante que o aluno reconheça rapidamente que ter 3 dezenas e 2 unidades é precisamente o mesmo que ter 2 dezenas e 12 unidades.

Sendo o jogo um excelente recurso de aprendizagem, na Figura 50 apresenta-se uma sugestão de um jogo que treina o cálculo com os algoritmos da adição e subtração, tornando-o mais proficiente.

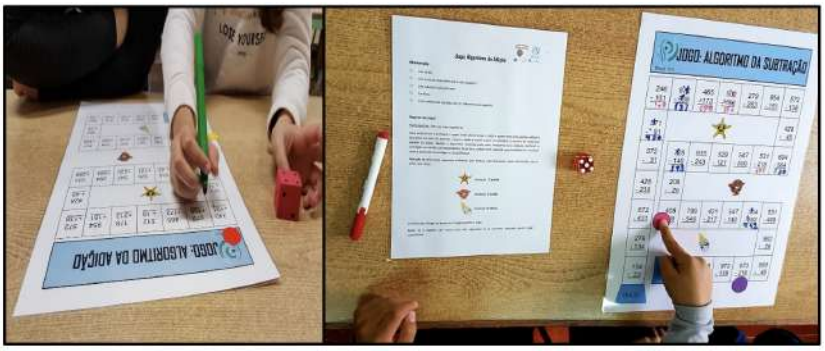

Figura 50: Um jogo do tipo "jogo da glória" para explorar os algoritmos da adição e subtração.

Em jeito de conclusão, salienta-se o impacto das estratégias de cálculo nas teias de cálculo e nos algoritmos da adição e subtração, contribuindo para que os alunos adquiram maior fluidez de raciocínio e competência no cálculo mental, o que proporciona, sem dúvida, um maior êxito na aprendizagem.

Importa também destacar a consistência do fio condutor que se estabelece ao longo de todo o 1.º Ciclo do Ensino Básico, unindo as cinco estratégias de cálculo, as teias de cálculo e os algoritmos da adição e subtração, como se fossem linhas de um tecido, que unidas dão consistência a esse tecido. Esse fio condutor traduz-se na ideia-chave de encarar os números como "peças de lego", que se podem compor e decompor consoante as necessidades.

Referências

[1] Alves, A., Viveiros, A., Carvalho, A. *CartoMat: Vamos Jogar e Dar Cartas em Matemática*, Coordenação científica: R. C. Teixeira, Ponta Delgada: Letras Lavadas Edições, 2019.

[2] Bruner, J. S. *Para uma Teoria da Educação* (Trad. M. Vaz), Lisboa: Relógio D'Água Editores, 1966.

[3] Bruner, J. S. *O Processo da Educação*, Lisboa: Nova Biblioteca 70, 1998.

[4] Carreiro, C., Correia, E., Patrício, J., Santos, C. P., Teixeira, R. C. "A multiplicação e a divisão em imagens: explorações no 2.º ano de escolaridade", *Jornal das Primeiras Matemáticas* 11, 5–32, 2018.

[5] Carreiro, C., Correia, E., Patrício, J., Santos, C. P., Teixeira, R. C. "A introdução do conceito de fração em imagens: explorações no 2.º ano de escolaridade", *Jornal das Primeiras Matemáticas* 12, 5–28, 2019.

[6] Carvalho, A., Pestana, I., Santos, C. *Viva a Matemática!*, Livro Teórico, 1.º ano de escolaridade, Principia, 2018.

[7] D' Arruda, A. I., Pacheco, C., Marques, E. *A Estrela Alegria... e os seus 10 Amigos*, Coordenação científica: R. C. Teixeira, Ilustração: E. Marques, Ponta Delgada: Letras Lavadas Edições, 2019.

[8] Dienes, Z. *Aprendizado Moderno de Matemática* (Trad. J. E. Fortes), Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970.

[9] Dinis, R., Teixeira, R. C., Pacheco, S. "Os Princípios Orientadores do Método de Singapura e a Aprendizagem da Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico", *Jornal das Primeiras Matemáticas* 13, 5–36, 2019.

[10] Furtado, A. R., Duarte, J., Medeiros, M. P., Faria, Z., Silva, L., Fonseca, M. H., Sousa, P., Teixeira, R. C. "Recursos didáticos promotores do sentido de número no 1.º Ciclo do Ensino Básico", *Jornal das Primeiras Matemáticas* 11, 33–63, 2018.

[11] Lima, A. M., Santos, C. P., Vaz, C. L., Teixeira, R. C. "A resolução de problemas no 2.º ano de escolaridade: uma sequência de aprendizagem do modelo de barras", *Jornal das Primeiras Matemáticas* 8, 23–82, 2017.

[12] Lima, A. M., Vaz, C. L., Teixeira, R. C. (Coord.). *Caderno do aluno para o 1.º ano de escolaridade*, Edição de 2020/21, Projeto Prof DA/Oficina Matemática Passo a Passo, Letras Lavadas Edições, 2020.

[13] Lima, M., Santos, E. *À descoberta das figuras mistério*, Coordenação científica: R. C. Teixeira, Design das figuras: E. Marques e M. E. Teves, Ponta Delgada: Letras Lavadas Edições, 2017.

[14] Marcelino, L., Teixeira, R. C., Rato, J. R. "Método sentido de número: intervenção nas competências numéricas iniciais de crianças do 1.º ano de escolaridade", *Quadrante – Revista de Investigação em Educação Matemática*, Vol. XXVI, n.º 1, 119-144, 2017.

[15] Ministério da Educação. *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico*, Lisboa: ME – Direção-Geral da Educação, 2018.

[16] Santos, C. P., Teixeira, R. C. "Propriedades e Critérios no Pré-Escolar", *Jornal das Primeiras Matemáticas* 3, 3–16, 2014.

[17] Santos, C. P., Teixeira, R. C. "Matemática na Educação Pré-Escolar: Esquemas todo-partes", *Jornal das Primeiras Matemáticas* 4, 55–70, 2015.

[18] Santos, C. P., Teixeira, R. C. "Matemática na Educação Pré-Escolar: A ordem das dezenas", *Jornal das Primeiras Matemáticas* 5, 23–39, 2015.

[19] Silva, C., Cordeniz, C., Areias, M. F., Rainha, F., Martins, H., Silva, L., Teixeira, R. C. "Da localização espacial às figuras planas e aos sólidos geométricos: explorações no 2.º ano de escolaridade", *Jornal das Primeiras Matemáticas* 13, 37-68, 2019.

[20] Skemp, R. *Mathematics in the Primary School*, London: Routledge, 1989.

[21] Sousa, D. A. *How the Brain Learns Mathematics*, 2nd edition, Thousand Oaks, CA: Corwin, 2014.

[22] Yee, L. P., Hoe, L. N. (Eds.) *Teaching Primary School Mathematics: A Resource Book*, 2nd Edition, Singapore: McGraw-Hill, 2009.