Matemática na educação pré-escolar: Esquemas todo-partes

Carlos Pereira dos Santos, Ricardo Cunha Teixeira
Centro de Análise Funcional, Estruturas Lineares e Aplicações, Universidade dos Açores
cmfsantos@fc.ul.pt, rteixeira@uac.pt

Número 4
Junho 2015
ASSOCIAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ELEMENTAR
Ludus

Vária

Matemática na educação pré-escolar: Esquemas todo-partes

Carlos Pereira dos Santos, Ricardo Cunha Teixeira
Centro de Análise Funcional, Estruturas Lineares e Aplicações, Universidade dos Açores
cmfsantos@fc.ul.pt, rteixeira@uac.pt

Resumo: *O* Singapore Math*, método utilizado para o ensino da Matemática em Singapura é, segundo as mais prestigiadas avaliações internacionais, um exemplo bem-sucedido da abordagem "concreto-pictórico-abstrato". Um dos inúmeros procedimentos didáticos são os* number bonds *(esquemas todo-partes), utilizados no ensino de factos fundamentais relativos à primeira dezena: decomposições, adições e subtrações. Neste artigo, analisaremos o que são, quais as vantagens e a forma de utilização destes esquemas desde a educação pré-escolar.*

Palavras-chave: *Singapore Math*, educação pré-escolar, primeira dezena, abordagem "concreto-pictórico-abstrato", esquemas todo-partes, *number bonds*.

1 Introdução

A abordagem clássica "concreto-pictórico-abstrato" (CPA), de origem em teorias construtivistas [3], parece ser especialmente indicada para o ensino das primeiras matemáticas. Uma das mais admiráveis características do ser humano é a faculdade de conseguir pensar e manipular conceitos abstratos de uma forma desligada da realidade. O desenvolvimento da Matemática é um caso paradigmático dessa faculdade; por exemplo, os números e as formas geométricas são exemplos de objetos abstratos conhecidos por todos nós.

Vejamos um exemplo muito simples: 3 morangos é algo concreto; ao contrário, o numeral "3" é abstrato, na medida em que é aplicável a milhares de situações quotidianas envolvendo essa quantidade. Se se tratasse de 3 cruzes, 3 quadradinhos ou 3 bolinhas, estaríamos perante um esquema (pictórico). A passagem do concreto ao abstrato (capacidade de abstração) pode ser consideravelmente delicada quando pensamos em crianças de tenra idade. Trata-se de todo um caminho a ser percorrido de forma faseada, passo a passo. Richard Bisk, da Worcester State University e estudioso do método de Singapura, defende que o caminho não pode ser divido em degraus estanques, sendo em vez disso um processo contínuo [2].

Concreto $\longleftrightarrow$ *Abstrato*

É um processo contínuo!

A ideia de intermediar o caminho com uma fase pictórica fundamenta-se precisamente em auxiliar essa contínua passagem do concreto ao abstrato. Quando se propõe uma atividade a uma criança que consiste em desenhar um número de bolinhas correspondente ao número de carros que vê numa imagem estamos perante uma atividade de natureza esquemática.

O *Singapore Math*, método para o ensino da Matemática em Singapura, um pequeno país do Sudeste Asiático, constitui um caso de sucesso desta abordagem. A CPA, inspirada nos níveis propostos por Jerome Bruner (*Enactive, Iconic and Symbolic levels of learning* [3]), tem neste método de ensino um exemplo de como pode ser colocada em prática com sucesso. Singapura ocupa sistematicamente os lugares cimeiros do TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*, ver [10]; 1.° lugar - 4*th grade*, [11]; 2.° lugar - 4*th grade*, [12]; 1.° lugar - 4*th grade*).

Este artigo descreve um dos muitos procedimentos didáticos utilizados, os já célebres "esquemas todo-partes" (*number bonds*). Estas representações auxiliam a compreensão numérica basilar relativa à primeira dezena, nomeadamente a álgebra fundamental (adições e subtrações) e a capacidade de decompor quantidades. Chamamos a esta fase de aprendizagem *a fase dos 3 S's: separações, somas e subtrações*[1].

Na terminologia adotada por Liping Ma [5], os *number bonds* constituem uma representação de um "nó fundamental" imprescindível para a aprendizagem de outros conceitos mais complexos. São também uma peça na engrenagem do cálculo mental mais utilizado no dia a dia. Por tudo isto, o trabalho com os "esquemas todo-partes", no final da educação pré-escolar e início do 1.° ciclo do ensino básico, é de extrema importância para a compreeensão dos andares superiores do edifício matemático.

2 O que são os esquemas todo-partes?

Um esquema todo-partes constitui uma imagem (inicialmente, concreta; a certa altura, mental) que ilustra uma relação entre um número (todo) e pelo menos outros dois números (partes). É claro que um mesmo número pode ser decomposto de muitas formas diferentes.

Na Figura 1, podemos ver dois exemplos, um totalmente esquemático e outro já com recurso a numerais.

[1] Trata-se de uma forma de simplificar a linguagem, desde que se tenha em conta as devidas salvaguardas: a palavra *separação* é utilizada para designar uma decomposição ou partição; a palavra *soma* remete para o resultado da operação adição.

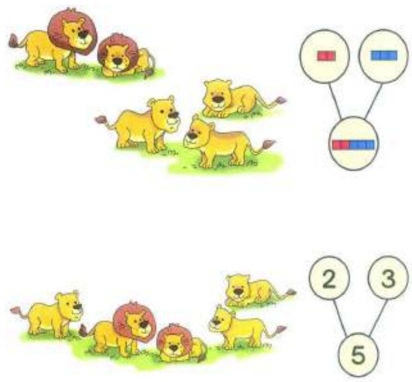

Figura 1: *Number bonds*, retirados de [6].

A memorização das decomposições dos números inferiores ou iguais a 10, bem como das "pequenas" adições e subtrações ("pequenas", no sentido em que o todo não excede 10), é um dos conhecimentos expeditos ao nível do cálculo mental mais úteis ao ser humano. De facto, o trabalho com os 3 S's (separações, somas e subtrações) estabelece as bases para procedimentos mentais mais sofisticados. É nesta fase que se fornecem as "peças de lego" que permitirão a realização de construções mentais mais elaboradas nos anos subsequentes. A razão de ser da barreira do 10 prende-se com o sistema decimal que utilizamos, aspeto que desenvolveremos um pouco mais à frente.

0 + 1 = 1	0 + 2 = 2	0 + 3 = 3	0 + 4 = 4	0 + 5 = 5	0 + 6 = 6
1 + 1 = 2	1 + 2 = 3	1 + 3 = 4	1 + 4 = 5	1 + 5 = 6	1 + 6 = 7
2 + 1 = 3	2 + 2 = 4	2 + 3 = 5	2 + 4 = 6	2 + 5 = 7	2 + 6 = 8
3 + 1 = 4	3 + 2 = 5	3 + 3 = 6	3 + 4 = 7	3 + 5 = 8	3 + 6 = 9
4 + 1 = 5	4 + 2 = 6	4 + 3 = 7	4 + 4 = 8	4 + 5 = 9	4 + 6 = 10
5 + 1 = 6	5 + 2 = 7	5 + 3 = 8	5 + 4 = 9	5 + 5 = 10	5 + 6 = 11
6 + 1 = 7	6 + 2 = 8	6 + 3 = 9	6 + 4 = 10	6 + 5 = 11	6 + 6 = 12
7 + 1 = 8	7 + 2 = 9	7 + 3 = 10	7 + 4 = 11	7 + 5 = 12	7 + 6 = 13
8 + 1 = 9	8 + 2 = 10	8 + 3 = 11	8 + 4 = 12	8 + 5 = 13	8 + 6 = 14
9 + 1 = 10	9 + 2 = 11	9 + 3 = 12	9 + 4 = 13	9 + 5 = 14	9 + 6 = 15
10 + 1 = 11	10 + 2 = 12	10 + 3 = 13	10 + 4 = 14	10 + 5 = 15	10 + 6 = 16

0 + 7 = 7	0 + 8 = 8	0 + 9 = 9	0 + 10 = 10	0 + 11 = 11	0 + 12 = 12
1 + 7 = 8	1 + 8 = 9	1 + 9 = 10	1 + 10 = 11	1 + 11 = 12	1 + 12 = 13
2 + 7 = 9	2 + 8 = 10	2 + 9 = 11	2 + 10 = 12	2 + 11 = 13	2 + 12 = 14
3 + 7 = 10	3 + 8 = 11	3 + 9 = 12	3 + 10 = 13	3 + 11 = 14	3 + 12 = 15
4 + 7 = 11	4 + 8 = 12	4 + 9 = 13	4 + 10 = 14	4 + 11 = 15	4 + 12 = 16
5 + 7 = 12	5 + 8 = 13	5 + 9 = 14	5 + 10 = 15	5 + 11 = 16	5 + 12 = 17
6 + 7 = 13	6 + 8 = 14	6 + 9 = 15	6 + 10 = 16	6 + 11 = 17	6 + 12 = 18
7 + 7 = 14	7 + 8 = 15	7 + 9 = 16	7 + 10 = 17	7 + 11 = 18	7 + 12 = 19
8 + 7 = 15	8 + 8 = 16	8 + 9 = 17	8 + 10 = 18	8 + 11 = 19	8 + 12 = 20
9 + 7 = 16	9 + 8 = 17	9 + 9 = 18	9 + 10 = 19	9 + 11 = 20	9 + 12 = 21
10 + 7 = 17	10 + 8 = 18	10 + 9 = 19	10 + 10 = 20	10 + 11 = 21	10 + 12 = 22

Figura 2: Tabuada da adição.

Em livros escolares antigos utilizava-se a "tabuada da adição", pronta a ser memorizada como a tradicional "tabuada da multiplicação" (Figura 2). O problema desta tabuada antiga não está na memorização; é óbvio que a memorização dos factos fundamentais é aconselhável, na medida em que a memória é uma faculdade humana e o conteúdo em causa será útil durante toda uma vida. A crítica deve ser feita com outro nível de análise:

1. A forma de memorização através da tabela é feita de forma descontextualizada (abstrata, sem ligação a casos concretos) e aborrecida (sem recurso a uma estratégia didática mais adequada a crianças da faixa estária em causa).

2. A forma utilizada salta por cima da importante ideia de decomposição numérica. Decompor é tão importante como adicionar e subtrair. Analisaremos o porquê desse facto.

3. Nas tabelas tradicionais, algumas somas excedem 10. Esse detalhe também aponta para uma escolha didática que não é a espelhada neste artigo (nem a utilizada no *Singapore Math*). O processo utilizado em $5+2$ é qualitativamente diferente do empregue em $5+8$. Também analisaremos este tópico.

3 Vantagens didáticas dos esquemas todo-partes

Há dois propósitos fundamentais na utilização de esquemas todo-partes. O primeiro diz respeito à relação íntima entre os 3 S's: "separações, somas e subtrações". O segundo diz respeito à importância que os 3 S's têm em processos operatórios com maior grau de complexidade.

3.1 "Separar-somar-subtrair"

O todo pode ser separado em partes. Usualmente, é a aplicação concreta ou o processo que pretendemos levar a cabo que dita a decomposição adequada em cada contexto. Ao contrário, quando conhecemos as partes, se assim o quisermos, podemos juntá-las de forma a recuperar o todo. Se conhecermos o todo e uma das partes, podemos retirar essa parte ao todo para encontrar a outra parte. Sendo assim, os esquemas todo-partes permitem à criança tomar contacto com a oposição separar/juntar e com a relação inversa adicionar/subtrair. Estas ações não podem ser dissociadas umas das outras, são sim "diferentes faces da mesma moeda". A "moeda", como objeto coeso, é precisamente o esquema todo-partes.

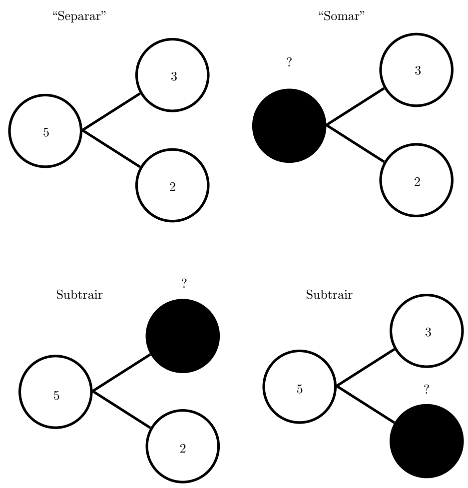

Figura 3: "Separar-somar-subtrair".

Na Figura 3, podemos ver uma ilustração do que acabámos de referir. Para "separar", parte-se do todo para as partes (canto superior esquerdo); para "somar", parte-se das partes e o objetivo consiste em recuperar o todo (canto superior direito); nas subtrações desconhece-se uma das partes e o objetivo consiste em encontrar a outra (linha de baixo).

3.2 Importância em processos operatórios envolvendo ordens numéricas

Considere, a título de exemplo, o cálculo $5 + 2$. Se excluirmos a contagem continuada (contar "para a frente", pelos dedos ou usando objetos), a única forma de encarar este cálculo é a memorização. Pense o leitor se sabe ou não sabe o resultado desta simples conta de cor; em princípio sabe. Considere agora o cálculo $8+7$. Neste caso, para além da memorização e da contagem continuada, temos mais uma forma de pensar. O número 8 está a precisar de 2 para compor a dezena. Uma vez que 7 se pode partir em 2 e 5, a resultado é igual a 15. Utilizou-se uma decomposição do 7 para compor a dezena mais próxima. A Figura 4 ilustra esta ideia.

Neste caso, o conhecimento relativo à decomposição do 7 em 2 e 5 foi fundamental. Este procedimento necessita também do conhecimento da noção de ordem das dezenas; é por isso que compor a dezena é um objetivo primordial, suportado no facto de o nosso sistema ser decimal. Nesta fase, a criança já deve compreender que 15 é composto por 1 dezena e 5 unidades.

Este aspeto do cálculo mental só é trabalhado no 1.° ciclo do ensino básico (6 anos de idade), precisamente por ser necessária alguma maturidade por parte da criança. No entanto, as decomposições não excedendo a dezena, como a do 7, com uma boa abordagem, já podem ser trabalhadas com crianças de 5 anos de idade. É por isso que $5 + 2$ tem uma natureza diferente de $8 + 7$. O segundo

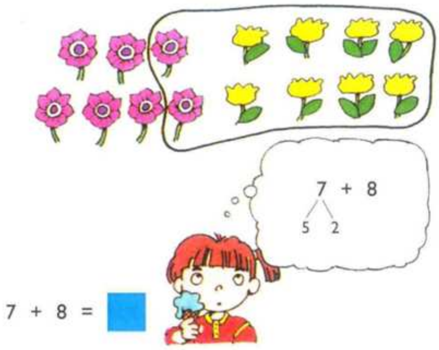

Figura 4: Compondo a dezena mais próxima [4].

caso envolve já o conceito de ordem numérica. É de frisar que este método não é incentivado pela atual meta de aprendizagem do currículo português: "Adicionar fluentemente dois números de um algarismo" ([7], NO1-3.5). No método de Singapura a chave não está no facto das parcelas terem ou não um algarismo. A chave está em saber-se se o todo ultrapassa ou não 10 o que, pela natureza do sistema decimal, faz todo o sentido.

Também nas subtrações, os esquemas todo-partes se fazem notar. Considere-se o cálculo $12-4$. Aqui, a fronteira da dezena é atravessada em sentido contrário. Há mais de uma forma de o fazer: (A) separar 4 em 2 e 2 e, em seguida, retirar 2 duas vezes, obtendo-se 8 (fez-se novamente a ponte para a dezena mais próxima); (B) separar 12 em 10 e 2 e, em seguida, retirar 4 a 10, obtendo 6, somando no final 6 a 2, obtendo 8 (a Figura 5 ilustra este segundo método). Em ambos os casos, utilizam-se as decomposições fundamentais dos números da primeira dezena, para se efetuarem os processos. Ron Aharoni, investigador isrealita, observa: "Qual dos métodos deve ser usado? Ambos devem ser ensinados. Pela minha experiência, sei que alguns estudantes se sentem confortáveis com o primeiro método, enquanto outros se saem melhor com o segundo." [1].

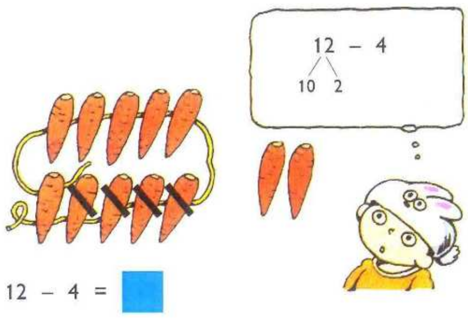

Figura 5: Decompondo a dezena mais próxima [4].

4 Como se utilizam na prática os esquemas todo-partes?

No currículo de Singapura é proposta a utilização dos esquemas todo-partes, ou seja, dos *number bonds* ([8], p. 34). Os tópicos relativos a esta temática, no que diz respeito aos 6 anos de idade, são os seguintes:

1. *Number bonds for numbers up to* 10 (tal como referido na secção anterior, observe-se no detalhe *up to* 10).
2. *Use number-bond posters and make number stories to build and consolidate number bonds for numbers up to* 10.
3. *Concepts of addition and subtraction. Use* $+$, $-$ *and* $=$.
4. *Work in groups to make addition and subtraction stories using concrete objects/pictures and write an addition or subtraction equation for each story.*

A importância dada à oralidade (*make number stories*) é uma constante. Nós pensamos com palavras; se queremos que as crianças pensem bem, devemos incentivá-las a explicar o seu raciocínio, promovendo a comunicação oral, o uso de um vocabulário rico e a construção frásica seguindo um esquema gramatical adequado. Estas *stories*, que por vezes se traduzem em simples frases, são o meio que temos para avaliar se a compreensão numérica e algébrica está realmente a ser aplicada às situações concretas e quotidianas. É exatamente isto que é a base da compreensão. Não interessa apenas saber que 5 se pode decompor em 2 e 3 ou que $3 + 4 = 7$; é necessário vizualizar e entender estes factos aplicados a situações concretas.

As diretivas expostas aparecem no currículo do 1.° ano do ensino básico. No entanto, "separações, somas e subtrações" dentro da primeira dezena são trabalhadas também na faixa dos 5 anos de idade (último ano da educação pré-escolar, ver [6]). Os esquemas mentais "para lá da dezena" relativos a cálculos do tipo $8 + 5$ são deixados para o 1.° ano, mas as "separações, somas e subtrações" não envolvendo a composição da dezena podem e devem ser trabalhadas na educação pré-escolar. Observe-se na Figura 6 um dos exercícios mais paradigmáticos envolvendo esquemas todo-partes.

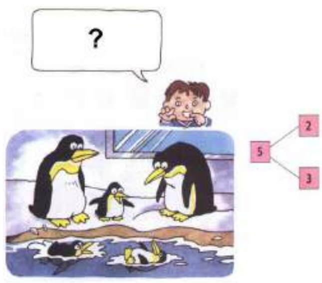

Figura 6: Exemplo clássico [4].

Neste tipo de "jogo"[2], são mostradas duas coisas às crianças, uma situação "real" (a família de pinguins) e uma decomposição (5 em 2 e 3). O objetivo consiste em solicitar às crianças que digam uma ou mais frases, explicando o que a decomposição tem a ver com a figura – *make number stories.* Neste exemplo concreto, "Há 5 pinguins; 2 estão dentro de água e 3 estão cá fora." ou "Há 5 pinguins; 2 são grandes e 3 são pequenos." são duas boas possibilidades. Repare-se que esta tarefa exige que as crianças já conheçam bem os primeiros números e não se trata de uma mera contagem. Trata-se de um trabalho detetivesco, a criança tenta descobrir o que é que 5, 2 e 3 têm a ver com a situação. A partir do momento em que as crianças percebem o objetivo deste jogo, este modelo de atividade é maravilhoso; as crianças aprendem a aplicar os números à realidade e, em simultâneo, vão memorizando os factos essenciais da primeira dezena.

O primeiro objetivo consiste em fazer com que as crianças de 5 anos percebam o jogo. Aconselhamos vivamente a utilizar movimento nas primeiras explicações. Na Figura 7, é ilustrada uma forma de o fazer. Colocando a imagem no chão e 5 animais de brincar no retângulo grande, um cão, um gato, um tigre, um elefante e um leão, pode perguntar-se "Quais os animais que podem viver na nossa casa? E quais os que têm de viver na selva?". À medida que se discute o assunto com a criança ("O leão tem de ir para a selva, senão comia as pessoas lá de casa." ou "O cão pode ir para casa, eu tenho um."), fazem-se dois movimentos (leão, tigre e elefante para a selva e cão e gato para casa). Acompanhe-se os movimentos com uma *number story*: "Há 5 animais, 2 vão para casa e 3 vão para a selva.". Repita-se com outros contextos (por exemplo, água e terra, juntamente com veículos). Gradualmente, deixa-se ser a criança a explicar.

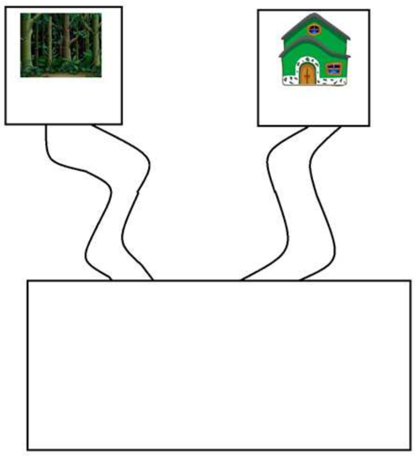

Figura 7: Decomposição básica.

[2]A palavra "jogo" tem um sentido amplo na educação pré-escolar. Pode significar apenas "brincadeira" ou "atividade" (não é por acaso que os verbos "jogar" e "brincar" são um mesmo verbo em muitas línguas, como por exemplo *to play* em inglês).

Os esquemas todo-partes podem ser classificados por grau de dificuldade de acordo com alguns pormenores relativamente à forma como podem ser exploradas as atividades:

1. Uma só explicação possível para uma única decomposição. Em A, na Figura 8, podemos ver um exemplo desse tipo. A explicação única é "Há 5 pinguins, 3 são grandes e 2 são pequenos.".

2. Mais de uma explicação possível para uma única decomposição. Em B, na Figura 8, podemos ver um exemplo desse tipo: "Há 5 pessoas, 3 têm óculos e 2 não têm." e "Há 5 pessoas, 2 têm bigode e 3 não têm." são duas explicações possíveis. Estas atividades são ótimas para trabalho em grupo, na medida em que diferentes crianças podem apresentar diferentes explicações.

3. Mais de uma decomposição possível; a forma como se separa é deixada em aberto. Em C, na Figura 8, podemos ver um exemplo desse tipo: "Há 5 pessoas, 3 têm óculos e 2 não têm.", "Há 5 pessoas, 1 menina e 4 meninos." ou "Há 5 caras, 5 pessoas e 0 animais." constituem todas as decomposições possíveis do número 5.

4. A criança desenha e explica (exemplo D da Figura 8).

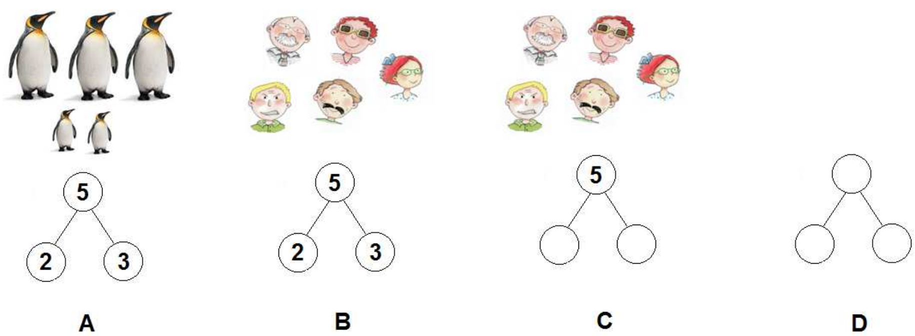

Figura 8: Classificação dos esquemas todo-partes.

Um conselho vindo diretamente da prática diz respeito à posição do esquema. Deve variar-se; o que interessa é a decomposição do todo nas partes e não a posição em que a dita decomposição aparece (Figura 9).

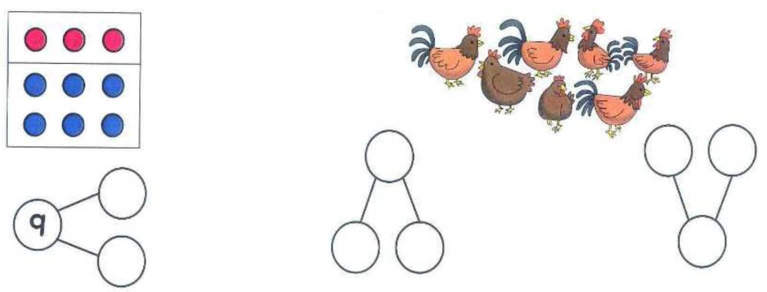

Figura 9: Posição dos esquemas todo-partes.

Com estas ideias gerais em mente, os educadores devem usar a imaginação. A Figura 10 mostra algumas propostas. Em A, é apresentado um jogo de tapete. Tendo o cuidado de distribuir por duas equipas sacos em número igual ou inferior a 10 (no total), uma das equipas tenta acertar na zona vermelha e a outra tenta acertar na zona azul; no final, organiza-se o resultado num esquema todo-partes (N caíram sobre o tapete; x pontos para a equipa 1 e y pontos para a equipa 2; assim, N decompõe-se em x e y). Em B, remete-se para uma proposta apresentada em [9]. É uma óptima ideia construir baralhos e conjuntos de objetos (neste caso sapos, num exemplo anterior pinguins e pessoas) que originem um enorme número de atividades. Dessa forma, a prática torna-se quotidiana. Em C, ilustra-se o *Jogo dos Comboios* realizado com peças *Cuisenaire*: pede-se a uma criança para colocar uma peça na posição horizontal (peça laranja, no exemplo). Essa peça será a estação. Em seguida, as crianças colocam comboios com máquina e carruagem à frente da estação, não podendo haver comboios maiores ou menores do que a estação (peças preta e verde, no exemplo). Em D, mostra-se um exemplo puramente esquemático; já não há caras, pinguins ou comboios; apenas bolinhas. É importante ir fazendo esse percurso, tornando as situações gradualmente mais abstratas.

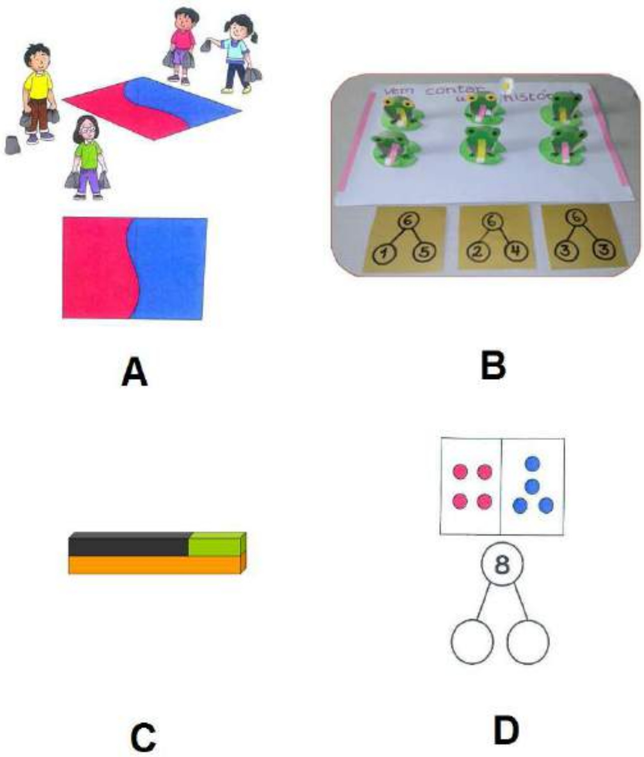

Figura 10: Atividades utilizando esquemas todo-partes.

Também podem ser propostas decomposições do todo em mais de 2 partes. Tal é possível, mas convém referir que apenas a decomposição em duas partes é vital para a interiorização dos esquemas mentais explicados no tópico 3.2. Por isso, incentivamos vivamente que se procure de forma despreocupada a memorização do caso particular em que existem mais de 2 partes. Esta acontecerá naturalmente com a prática deste tipo de atividades. A Figura 11 ilustra mais um exemplo em que se exploram os esquemas todo-partes.

Figura 11: Exemplo de uma atividade, que pode ser visualizada em: `https://youtu.be/0XM_-VDIg10`.

5 Adições e subtrações dentro da primeira dezena

Quando se separa, parte-se do todo para as partes; quando se adiciona, o caminho é feito em sentido contrário, das partes para o todo. Repare-se que utilizámos "quando se adiciona" e não "quando se junta". Isso foi propositado, uma vez que o verbo juntar está associado a algum tipo de ação ("Chegam 3 crianças ao parque." ou "O pai do João deu-lhe 3 doces."). No entanto, há muitas situações estáticas. Na Figura 12, ilustra-se essa dualidade Estático *versus* Dinâmico (existem no jardim flores vermelhas e amarelas *versus* chegam novas crianças ao jardim). É importante diversificar. Uma situação problemática como "Temos 5 flores vermelhas e 2 flores amarelas, quantas flores existem ao todo?" é muito comum e não envolve ação alguma.

Figura 12: Estático *versus* Dinâmico [6].

Os sinais + e = devem ser trabalhados de forma contextualizada. Considere-se a Figura 13. Há uma história para contar; "Estavam 7 formigas a comer um queijo; chegaram mais 2; no total, ficaram 9 formigas a comer o queijo.". Depois, com a expressão $7 + 2 = 9$, falando e apontando para os sinais ao mesmo tempo, deve referir-se: "7 formigas a comer o queijo mais 2 formigas que chegaram é igual a 9 formigas a comer o queijo". A contextualização significa tudo em termos de compreensão.

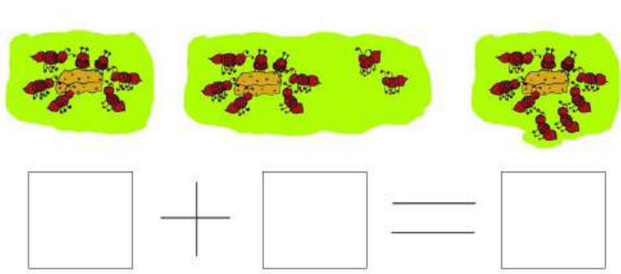

Figura 13: Exemplo "com história".

Por incrível que possa parecer, existem inúmeros livros de atividades infantis com dezenas de páginas sem essa preocupação! Na Figura 14, podemos ver um exemplo desses, sem enquadramento. Não há história para contar, os pinguins fazem apenas papel de "corpo presente" com um propósito simbólico. Os educadores devem ter a máxima preocupação com o enquadramento e contextualização.

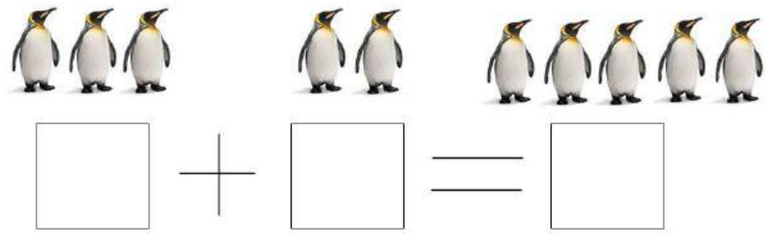

Figura 14: Exemplo "sem história".

Na Figura 15, apresenta-se uma atividade útil para pedir a uma criança uma história envolvendo a operação de adição. Neste exemplo, e ao contrário da atividade da Figura 13, utilizam-se apenas duas gravuras.

Figura 15: Exemplo de uma atividade com duas gravuras [6].

Na transição das decomposições para as operações de adição e subtração, pode apresentar-se lado a lado o esquema todo-partes. Esse procedimento procura fazer com que as crianças percebam que uma adição tem traços comuns com uma decomposição; há também um todo e as partes, a única diferença é que o pretendido consiste em juntar partes para encontrar o todo (Figura 16).

Figura 16: Esquema todo-partes auxiliando a operação de adição [4].

As *addition and subtraction stories* propostas no *Singapore Math* são atividades em tudo semelhantes às histórias de decomposição. E também são alvo de uma classificação semelhante à que foi feita para as decomposições, na medida em que pode haver resposta única, ou não, e operação única, ou não. Na Figura 17, podemos ver dois exemplos com objetivos distintos. No exemplo de cima, solicita-se à criança que identifique as adições expostas na situação ("Estavam 4 crianças a falar; chegaram mais 2; no total, ficaram 6 crianças", "Havia 3 rapazes e 3 raparigas; no total, havia 6 crianças"). É um exemplo interessante, na medida em que apresenta uma interpretação estática e outra dinâmica. No exemplo de baixo, a criança deve escrever e explicar igualdades (recorrendo aos símbolos matemáticos + e =). Estes exemplos, embora possíveis no final dos 5 anos, são fundamentalmente indicados para o 1.° ano de escolaridade.

Figura 17: Histórias de exploração da adição; Histórias que apelam à utilização de símbolos matemáticos [4].

No que diz respeito à subtração, o caminho é em tudo idêntico. O sentido para a subtração que se utiliza nos primeiros anos é o de "retirar" (por exemplo, "Havia 9 cenouras. Depois de um coelho comer 3, quantas sobraram?"). Há outros dois sentidos fundamentais que devem ser trabalhados no 1.° ciclo: "comparar" – "O João tem 5 doces e o António tem 3, quantos doces o João tem a mais do que o António?", "completar" – "O João tem 3 euros e pretende comprar uma bola que custa 5, quanto dinheiro tem ainda de juntar?"). Na Figura 18, o leitor pode intuir que há um claro paralelismo com os exemplos que apresentamos para a adição.

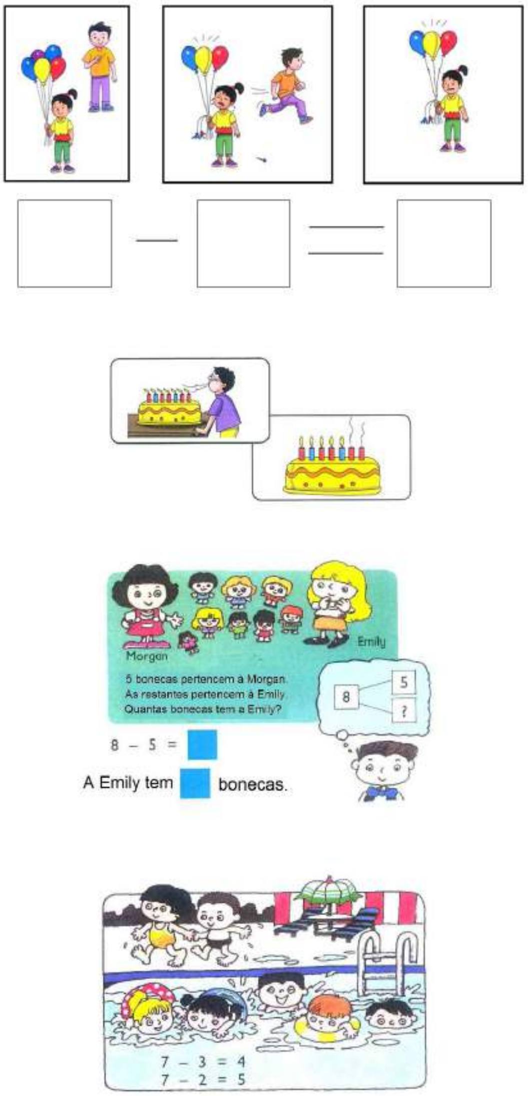

Figura 18: Subtração [6, 4].

O *Singapore Math* é um método que apela ao ensino *em espiral*. Isso significa que as aprendizagens não acontecem de forma completamente linear. Os conceitos aparecem por camadas, sendo umas adicionadas gradualmente às anteriores. As crianças têm sempre oportunidade de recuperar ideias e de consolidar conceitos. O sentimento "Eu já vi isto." é uma constante.

Referências

[1] Aharoni, R. *Aritmética para pais*, Gradiva, 2012.

[2] Bisk, R. *Concrete Pictorial Abstract: Singapores Approach to Math Instruction*, Presentation at 2015 NCTM Conference in Boston (`https://sites.google.com/site/singmathproject/`), 2015.

[3] Bruner, J. *The process of education*, Harvard University Press, 1960.

[4] Hong, K. *Primary mathematics Textbook 1A*, American Edition: Curriculum Planning & Development Division Ministry of Education of Singapore, Times Media Private Limited, 1981.

[5] Ma, L. *Saber e Ensinar Matemática Elementar*, Gradiva, 2009.

[6] Marshall Cavendish Int (S) Pte Ltd, *Earlybird Kindergarten Math, STD ED, Textbook B*, Singapore, 2003.

[7] Ministério da Educação e Ciência. *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*, MEC – Direção Geral da Educação, homologado a 17 de junho de 2013.

[8] Ministry of Education. *Primary mathematics teaching and learning syllabus*, Singapore: Author, 2012.

[9] Santos, C., Teixeira, R. "Kindergarten Activities for Early Mathematics", Actas do *Recreational Mathematics Colloquium 2015*, no prelo.

[10] TIMSS & PIIRLS International Study Center, `http://timss.bc.edu/PDF/t03_download/T03INTLMATRPT.pdf`, 2003.

[11] TIMSS & PIIRLS International Study Center, `http://timss.bc.edu/TIMSS2007/PDF/TIMSS2007_InternationalMathematicsReport.pdf`, 2007.

[12] TIMSS & PIIRLS International Study Center, `http://timss.bc.edu/timss2011/downloads/T11_IR_Mathematics_FullBook.pdf`, 2011.