Jornal das Primeiras

Matemáticas

Número 6
Junho 2016

aeme
ASSOCIAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ELEMENTAR

Ludus

Problemas dos nossos avós (4)

Hélder Pinto
CIDMA - Universidade de Aveiro
hbmpinto1981@gmail.com

Resumo: *Nesta secção do Jornal das Primeiras Matemáticas apresentam-se regularmente alguns problemas de matemática de livros escolares portugueses do passado.*

Palavras-chave: manuais de matemática antigos, problemas de matemática elementar.

1 Preâmbulo

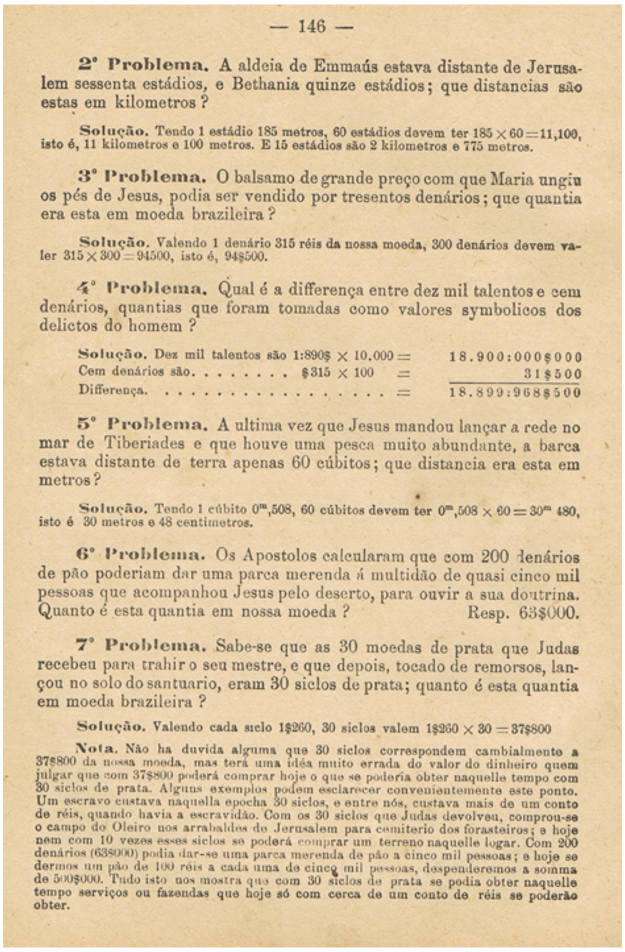
Os problemas escolares utilizados no ensino da Matemática, em particular no ensino elementar, têm sofrido algumas alterações ao longo dos tempos. Muitas vezes a diferença não está nos conteúdos – pois as matérias básicas como a aritmética e a geometria, de grosso modo, mantém-se as mesmas – mas sim na forma e no contexto com que estes problemas são apresentados.

Nesta secção do *Jornal das Primeiras Matemáticas* apresentaremos regularmente alguns problemas de matemática que foram publicados em livros escolares portugueses do passado. Contaremos com a colaboração dos nossos leitores, que poderão fazer-nos chegar cópias de problemas antigos que considerem interessantes através do e-mail hbmpinto1981@gmail.com.

2 *Arithmetica Progressiva* (António Trajano), 1880?

Qual é o homem ou qual é a senhora que não
precise de calcular os seus negócios?
(prefácio)

Nesta secção voltamos a um texto que apresentámos brevemente no primeiro "Problemas dos Nossos Avós" [1], a ***Arithmetica Progressiva*** de António Trajano [2] (relembramos mais uma vez que este texto foi-nos enviado pela professora de matemática Amélia Meireles da Costa, a quem agradecemos o contributo). Nessa altura reproduzimos uma curiosa descrição das medidas e moedas em circulação na Judeia no tempo de Jesus Cristo. A esse propósito, apresentamos a página desse livro onde são apresentados vários problemas (e suas soluções) dentro desse contexto da religião católica (Figura 1). Realce-se ainda para a curiosa nota final desta página onde se faz vários considerandos sobre o valor do dinheiro em diferentes épocas, explicando que, apesar de uma determinada quantidade de dinheiro poder ser a mesma, o seu valor pode não ser equivalente dependendo da época que se considera. Os exemplos apresentados são muito curiosos (o preço de um escravo, o preço de um terreno para um cemitério, o custo de alimentar milhares de pessoas) e dificilmente seriam encontrados num manual escolar actual, pelo menos em Portugal.



— 146 —

2° Problema. A aldeia de Emmaús estava distante de Jerusalem sessenta estádios, e Bethania quinze estádios; que distancias são estas em kilometros?

Solução. Tendo 1 estádio 185 metros, 60 estádios devem ter $185 \times 60 = 11{,}100$, isto é, 11 kilometros e 100 metros. E 15 estádios são 2 kilometros e 775 metros.

3° Problema. O balsamo de grande preço com que Maria ungiu os pés de Jesus, podia ser vendido por tresentos denários; que quantia era esta em moeda brazileira?

Solução. Valendo 1 denário 315 réis da nossa moeda, 300 denários devem valer $315 \times 300 = 94500$, isto é, 94$500.

4° Problema. Qual é a differença entre dez mil talentos e cem denários, quantias que foram tomadas como valores symbolicos dos delictos do homem?

Solução. Dez mil talentos são 1:890$ × 10.000	=	18.900:000$000
Cem denários são. . . . . $315 × 100	=	31$500
Differença.	=	18.899:968$500

5° Problema. A ultima vez que Jesus mandou lançar a rede no mar de Tiberiades e que houve uma pesca muito abundante, a barca estava distante de terra apenas 60 cúbitos; que distancia era esta em metros?

Solução. Tendo 1 cúbito $0^m{,}508$, 60 cúbitos devem ter $0^m{,}508 \times 60 = 30^m\,480$, isto é 30 metros e 48 centimetros.

6° Problema. Os Apostolos calcularam que com 200 denários de pão poderiam dar uma parca merenda á multidão de quasi cinco mil pessoas que acompanhou Jesus pelo deserto, para ouvir a sua doutrina. Quanto é esta quantia em nossa moeda? Resp. 63$000.

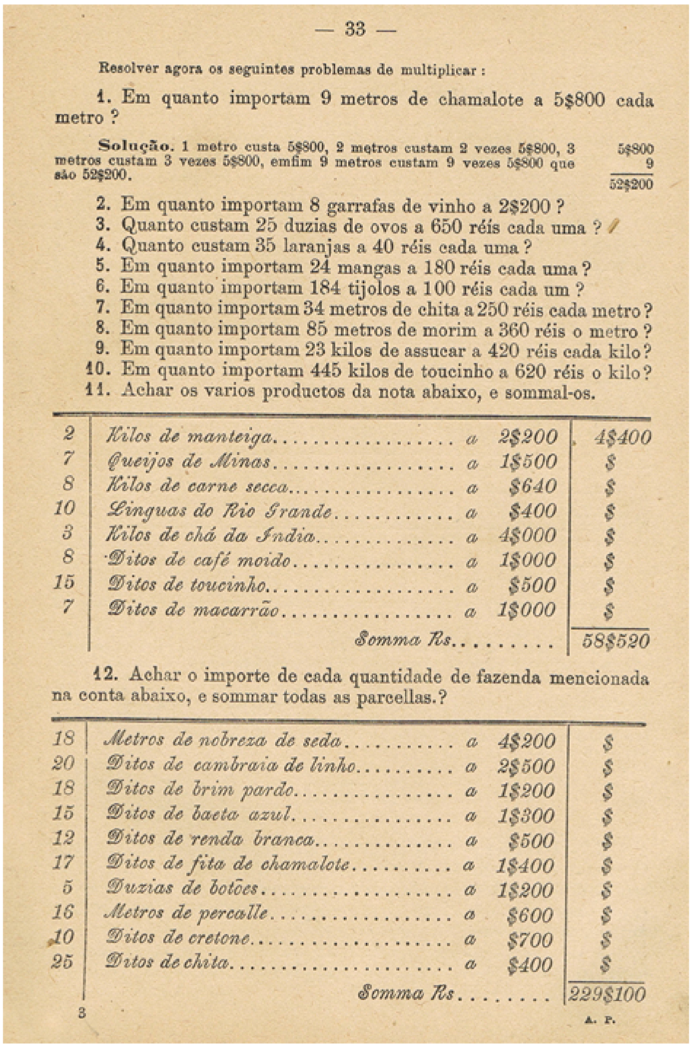
7° Problema. Sabe-se que as 30 moedas de prata que Judas recebeu para trahir o seu mestre, e que depois, tocado de remorsos, lançou no solo do santuario, eram 30 siclos de prata; quanto é esta quantia em moeda brazileira?

Solução. Valendo cada siclo 1$260, 30 siclos valem 1$260 × 30 = 37$800

Nota. Não ha duvida alguma que 30 siclos correspondem cambialmente a 37$800 da nossa moeda, mas terá uma idéa muito errada do valor do dinheiro quem julgar que com 37$800 poderá comprar hoje o que se poderia obter naquelle tempo com 30 siclos de prata. Alguns exemplos podem esclarecer convenientemente este ponto. Um escravo custava naquella epocha 30 siclos, e entre nós, custava mais de um conto de réis, quando havia a escravidão. Com os 30 siclos que Judas devolveu, comprou-se o campo do Oleiro nos arrabaldes de Jerusalem para cemiterio dos forasteiros; e hoje nem com 10 vezes esses siclos se poderá comprar um terreno naquelle logar. Com 200 denários (63$000) podia dar-se uma parca merenda de pão a cinco mil pessoas; e hoje se dermos um pão de 100 réis a cada uma de cinco mil pessoas, despenderemos a somma de 500$000. Tudo isto nos mostra que com 30 siclos de prata se podia obter naquelle tempo serviços ou fazendas que hoje só com cerca de um conto de réis se poderão obter.

Figura 1: Medidas e moedas em circulação na Judeia no tempo de Jesus Cristo.

Observemos agora mais algumas páginas deste livro. Na página 33 encontram-se vários problemas comerciais, problemas que ainda hoje podem ser encontrados nos manuais actuais – a diferença está, muitas vezes, no tipo de produtos utilizados nas contas (Figura 2).



— 33 —

Resolver agora os seguintes problemas de multiplicar:

1. Em quanto importam 9 metros de chamalote a 5$800 cada metro?

Solução. 1 metro custa 5$800, 2 metros custam 2 vezes 5$800, 3 metros custam 3 vezes 5$800, emfim 9 metros custam 9 vezes 5$800 que são 52$200.

5$800
9
52$200

2. Em quanto importam 8 garrafas de vinho a 2$200?
3. Quanto custam 25 duzias de ovos a 650 réis cada uma?
4. Quanto custam 35 laranjas a 40 réis cada uma?
5. Em quanto importam 24 mangas a 180 réis cada uma?
6. Em quanto importam 184 tijolos a 100 réis cada um?
7. Em quanto importam 34 metros de chita a 250 réis cada metro?
8. Em quanto importam 85 metros de morim a 360 réis o metro?
9. Em quanto importam 23 kilos de assucar a 420 réis cada kilo?
10. Em quanto importam 445 kilos de toucinho a 620 réis o kilo?
11. Achar os varios productos da nota abaixo, e sommal-os.

2	*Kilos de manteiga.....*	*a*	*2$200*	*4$400*
7	*Queijos de Minas.....*	*a*	*1$500*	*$*
8	*Kilos de carne secca.....*	*a*	*$640*	*$*
10	*Linguas do Rio Grande.....*	*a*	*$400*	*$*
3	*Kilos de chá da India.....*	*a*	*4$000*	*$*
8	*Ditos de café moido.....*	*a*	*1$000*	*$*
15	*Ditos de toucinho.....*	*a*	*$500*	*$*
7	*Ditos de macarrão.....*	*a*	*1$000*	*$*
	Somma Rs.....			*58$520*

12. Achar o importe de cada quantidade de fazenda mencionada na conta abaixo, e sommar todas as parcellas.?

18	*Metros de nobreza de seda.....*	*a*	*4$200*	*$*
20	*Ditos de cambraia de linho.....*	*a*	*2$500*	*$*
18	*Ditos de brim pardo.....*	*a*	*1$200*	*$*
15	*Ditos de baeta azul.....*	*a*	*1$300*	*$*
12	*Ditos de renda branca.....*	*a*	*$500*	*$*
17	*Ditos de fita de chamalote.....*	*a*	*1$400*	*$*
5	*Duzias de botões.....*	*a*	*1$200*	*$*
16	*Metros de percalle.....*	*a*	*$600*	*$*
10	*Ditos de cretone.....*	*a*	*$700*	*$*
25	*Ditos de chita.....*	*a*	*$400*	*$*
	Somma Rs.....			*229$100*

3 A. P.

Figura 2: Vários problemas comerciais.

As três páginas que se apresentam a seguir têm a representação de vários tipos de unidades (figuras 3, 4 e 5): na primeira, tem-se uma explicação sobre o funcionamento do tempo (anos, semanas, dias, horas) e as unidades do peso (fala-se do, hoje em dia famoso..., símbolo @); na segunda, tem-se as unidades de divisão do círculo (perfeitamente actual) e de várias outras como as unidades de comprimento e superfície; na terceira, apresentam-se mais unidades como, por exemplo, as unidades para papel que actualmente nunca se referem em contexto escolar.

— 126 —

Nota. O anno é o tempo que a terra gasta em fazer o seu movimento de translação em torno do sol. A sua duração é de 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 48 segundos, e que é ordinariamente calculada em 365 dias e seis horas. Tendo o anno commum 365 dias e 6 horas, claro está, que no fim de 4 annos, haverá mais um dia supplementar, que se tem de juntar a cada quarto anno, pois 6 horas multiplicadas por 4, dão 24 horas, que são um dia completo.

Os romanos intercalavam este dia supplementar em cada quarto anno, repetindo o dia 26 de Fevereiro, que entre elles se chamava *sexto calendarum*, e o dia repetido *bis-sexto calendarum*. Daqui veio o nome de **bissexto** dado aos annos que têem 366 dias. Entre nós, este dia junta-se tambem ao mez de Fevereiro, o qual, no anno commum, tem 28 dias, e no bissexto tem 29.

Todo o anno bissexto é exactamente divisivel por 4, de sorte que para sabermos se um anno é bissexto bastará dividil-o por 4, se houver resto, será anno commum, e se não o houver, será anno bissexto. Assim os annos de 1876, 1880 e 1884 foram bissextos, e os annos de 1883, 1885 e 1886 foram communs. Não estão, porém, debaixo desta regra os annos centenarios, que são os que acabam em duas cifras como 1600, 1700, 1800, etc. Todo o anno centenario que for exactamente divisivel por 400, será anno bissexto. O anno de 1600 foi bissexto e o anno de 1700 foi commum.

Antigamente, o anno começava em Março, em vez de Janeiro, e por isso os mezes de Setembro, Outubro, Novembro e Dezembro eram o setimo, o oitavo, o nono e o decimo mez do anno, como o mostra a sua etymologia latina, 7 *Septum*, 8 *Octo*, 9 *Novem*, 10 *Decem*.

236. A semana é o espaço de 7 dias. Esta unidade de tempo foi ordenada em Exodo cap. XX, 9. para estabelecer o tempo do trabalho e o tempo do descanço. Os dias da semana são:

1º Domingo	que os antigos chamavam	Dia do Sol.
2º Segunda-feira	» » » »	Dia da Lua.
3º Terça-feira	» » » »	Dia de Marte.
4º Qaurta-feira	» » » »	Dia de Mercurio
5º Quinta-feira	» » » »	Dia de Jupiter
6º Sexta-feira	» » » »	Dia de Venus.
7º Sabbado	» » » »	Dia de Saturno.

237. O Dia é o espaço de tempo que a terra gasta em fazer a sua rotação completa sobre o seu eixo, e como a terra, durante a sua rotação, fica só com metade da sua face illuminada pelo Sol, e a outra metade fica em escuridão, daqui provém a noite e o dia em 24 horas.

As horas são partes de um dia marcadas pelo relogio.

Todos os relogios marcam desde a meia noite até o meio dia, 12 horas, e desde o meio dia até meia noite seguinte, 12 horas tambem.

Nas transacções commerciaes, o mez é considerado como tendo 30 dias, o anno 360 dias.

Unidades do peso

238. As unidades de peso no systema antigo são os seguintes:

A tonelada	tem	$13\,^1/_2$ quintaes.
O quintal	»	4 arrobas.
A arroba	»	32 libras.
A libra	»	16 onças.
O marco	»	8 onças.
A onça	»	8 oitavas.
A oitava	»	3 escropulos.
O escropulo	»	6 quilates.
O quilate	»	4 grãos de trigo.

A libra do commercio chamava-se tambem arrátel, e era representada pelo signal lb. A arroba era representada pelo signal @.

Pesos antigos da pharmacia

A libra	tem	12 onças.
A onça	»	8 drachmas.
A drachma	»	3 escropulos.
O escropulo	»	24 grãos.

Figura 3: Página 126.

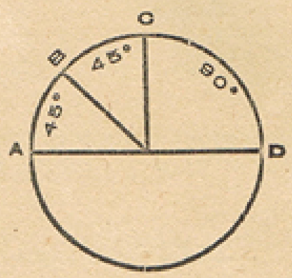
— 127 —

Unidades da divisão do circulo

239. Circulo é uma figura plana, terminada por uma linha curva chamada circumferencia que tem todos os seus pontos igualmente distantes do ponto interior chamado centro.

A circumferencia de um circulo divide-se em 360 graus; o grau divide-se em 60 minutos, e o minuto em 60 segundos. O signal de graus é °; o de minutos é ′, e o de segundos é ″. De sorte que 5°, 5′, 5″, lê-se: 5 graus, 5 minutos e 5 segundos.

Illustração. Na circumferencia do circulo ao lado, a distancia desde o ponto *A* ao ponto *B* tem 45°; a distancia de *A* a *C* tem 45°+45°=90°; e a distancia de *A* a *D* pela curva, que é meio circulo, tem 90°+90°=180°.



Unidades de comprimento

240. As unidades de comprimento das medidas antigas **são** muito variadas, como vemos nos exemplos seguintes:

A legua brazileira	tem	3000 braças.	A braça	tem	10 palmos.
A legua maritima	»	3 milhas.	A toesa	»	9 palmos.
A milha	»	1000 passos.	A vara	»	5 palmos.
O passo	»	5 pés.	A jarda	»	4 palmos.
O pé	»	$1\frac{1}{2}$ palmo.	A auna	»	5 palmos.
O palmo	»	8 pollegadas.	O covado	»	3 palmos.
A pollegada	»	12 linhas.	A corda	»	15 palmos.
A linha	»	12 pontos.	O estádio	»	125 passos.

241. Unidades de superficie

A geira	tem	400 braças quadradas.
A braça quadrada	»	100 palmos quadrados.
O palmo quadrado	»	64 pollegadas quadradas.
Um alqueire de terra	»	5000 braças quadradas.

242. Unidades para liquidos

O tonél	tem	2 pipas.	O pote	tem	6 medidas ou canadas.
A pipa	»	25 almudes.	A medida	»	4 quartilhos.
O almude	»	2 potes.	O quartilho	»	4 martellinhos.

243. Unidades para seccos

Moio	tem	15 fangas.	Alqueire	tem	4 quartas.
Fanga	»	4 alqueires.	Quarta	»	4 selamins

Figura 4: Página 127.

— 128 —

244. Unidades numericas

Milheiro	tem	10 centos.
Cento	»	100 cousas.
Quarteirão	»	25 cousas.
Vintena	»	20 cousas.
Grosa	»	12 duzias.
Duzia	»	12 cousas.

Talha de lenha	tem	16 feixes
Carro de milho em espigas	»	12 cargueiros.
Cargueiro	»	2 alqueires.
Alqueire	»	4 mãos.
Mão	»	15 atilhos.
Atilho	»	4 espigas.

Unidades para papel

245. Nem todos os fabricantes dão ás resmas de papel o mesmo numero de folhas, mas a regra mais geralmente observada é a seguinte:

A resma de papel para impressão	tem 20 mãos	ou 500 folhas.
A resma de papel para escrever	tem 80 cadernos	ou 400 folhas.
A mão de papel	tem 5 cadernos	ou 25 folhas.
O caderno de papel	tem 5 folhas.	

Unidades da moeda ingleza

246. A unidade principal da moeda ingleza é a libra esterlina que tem a seguinte divisão:

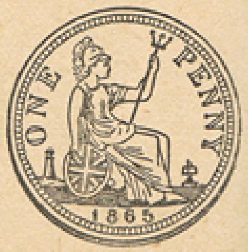
A libra	tem 20 shillings.	(Signal de abreviatura £.)
O shilling	tem 12 pence.	(» » » s.)
O penny	tem 4 farthings.	(» » » d.)

Nota. **£** é a lettra inicial da palavra libra; **s** é a inicial de shilling, que se pronuncia *chilin;* e **d** é a inicial da palavra *denarius* usada antigamente.

O plural de penny é pence, por isso se diz um penny, dois pence, tres pence, etc. Os farthings escrevem-se como fracções de um penny; assim as expressões $1\frac{1}{4}$ d, $2\frac{3}{4}$ d, etc., leem-se *um penny e um quarto, dois pence e tres quartos.*

Libra esterlina
(Ouro)

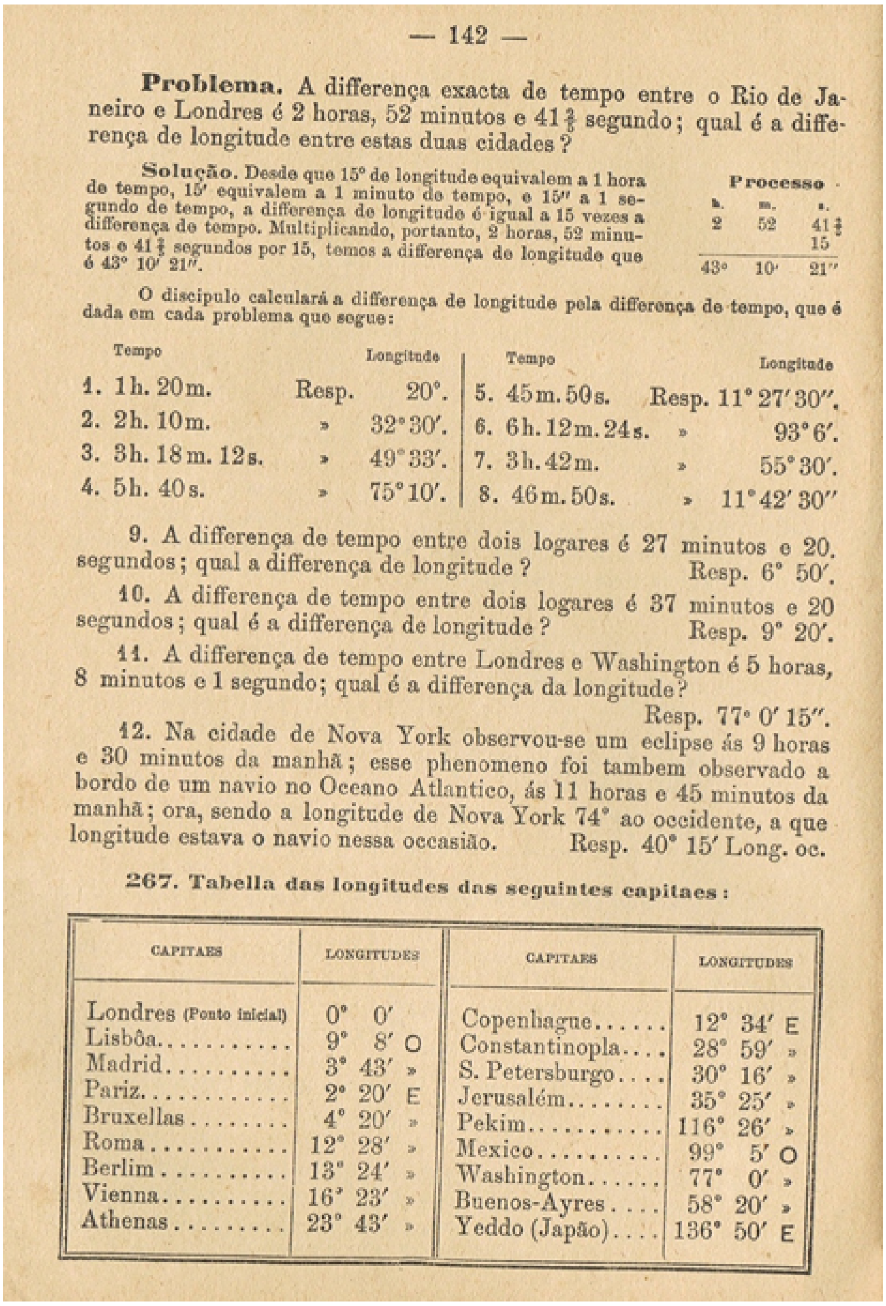
Shilling
(Prata)



Penny
(Cobre)

Figura 5: Página 128.

Na página 142 tem-se o problema de determinar diferenças horárias a partir de longitudes e o seu recíproco (Figura 6). Repare-se que não se está a trabalhar com fusos horários mas sim com valores exactos até ao segundo. Na página 143 está uma tabela onde se apresenta a diferença horária entre a cidade do Rio de Janeiro e várias cidades mundiais (Figura 7).



— 142 —

Problema. A differença exacta de tempo entre o Rio de Janeiro e Londres é 2 horas, 52 minutos e $41\frac{2}{5}$ segundo; qual é a differença de longitude entre estas duas cidades?

Solução. Desde que 15° de longitude equivalem a 1 hora de tempo, 15′ equivalem a 1 minuto de tempo, e 15″ a 1 segundo de tempo, a differença de longitude é igual a 15 vezes a differença de tempo. Multiplicando, portanto, 2 horas, 52 minutos e $41\frac{2}{5}$ segundos por 15, temos a differença de longitude que é 43° 10′ 21″.

Processo

h.	m.	s.
2	52	$41\frac{2}{5}$
		15
43°	10′	21″

O discipulo calculará a differença de longitude pela differença de tempo, que é dada em cada problema que segue:

Tempo		Longitude	Tempo		Longitude
1. 1h. 20m.	Resp.	20°.	5. 45m. 50s.	Resp.	11° 27′ 30″.
2. 2h. 10m.	»	32° 30′.	6. 6h. 12m. 24s.	»	93° 6′.
3. 3h. 18m. 12s.	»	49° 33′.	7. 3h. 42m.	»	55° 30′.
4. 5h. 40s.	»	75° 10′.	8. 46m. 50s.	»	11° 42′ 30″

9. A differença de tempo entre dois logares é 27 minutos e 20 segundos; qual a differença de longitude? Resp. 6° 50′.

10. A differença de tempo entre dois logares é 37 minutos e 20 segundos; qual é a differença de longitude? Resp. 9° 20′.

11. A differença de tempo entre Londres e Washington é 5 horas, 8 minutos e 1 segundo; qual é a differença da longitude? Resp. 77° 0′ 15″.

12. Na cidade de Nova York observou-se um eclipse ás 9 horas e 30 minutos da manhã; esse phenomeno foi tambem observado a bordo de um navio no Oceano Atlantico, ás 11 horas e 45 minutos da manhã; ora, sendo a longitude de Nova York 74° ao occidente, a que longitude estava o navio nessa occasião. Resp. 40° 15′ Long. oc.

267. Tabella das longitudes das seguintes capitaes:

CAPITAES	LONGITUDES	CAPITAES	LONGITUDES
Londres (Ponto inicial)	0° 0′	Copenhague......	12° 34′ E
Lisbôa..........	9° 8′ O	Constantinopla....	28° 59′ »
Madrid..........	3° 43′ »	S. Petersburgo....	30° 16′ »
Pariz............	2° 20′ E	Jerusalém........	35° 25′ »
Bruxellas........	4° 20′ »	Pekim...........	116° 26′ »
Roma...........	12° 28′ »	Mexico..........	99° 5′ O
Berlim..........	13° 24′ »	Washington......	77° 0′ »
Vienna..........	16° 23′ »	Buenos-Ayres....	58° 20′ »
Athenas........	23° 43′ »	Yeddo (Japão)....	136° 50′ E

Figura 6: Diferenças horárias.

— 143 —

268. Tabella comparativa mostrando as horas nas seguintes capitaes, quando é meio-dia exacto no Rio de Janeiro :

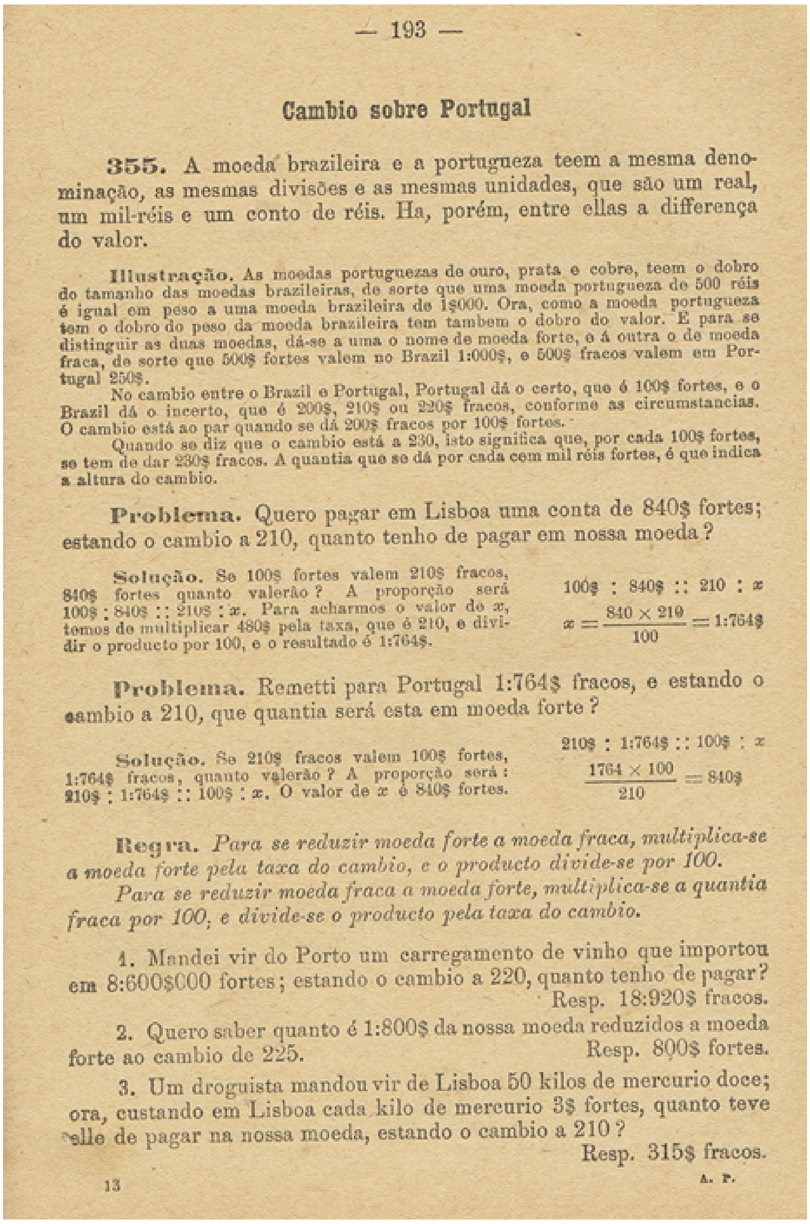
Lisbôa 2 *h*. 16 *m*. da tarde.	**Madrid** 2 *h*. 37 *m*. da tarde.	**Londres** 2 *h*. 52 *m*. da tarde.	**Pariz** 3 *h*. 2 *m*. da tarde.
Bruxellas 3 *h*. 10 *m*. da tarde.	**Roma** 3 *h*. 42 *m*. da tarde.	**Berlim** 3 *h*. 46 *m*. da tarde.	**Vienna** 3 *h*. 58 *m*. da tarde.
Athenas 4 *h*. 27 *m*. da tarde.	**Rio de Janeiro** MEIO-DIA Longitude 43° 10' 21"		**Constantinopla** 4 *h* 48 *m*. da tarde.
S. Petersburgo 4 *h*. 53 *m*. da tarde.			**Copenhague** 2 *h* 2 *m*.
Pekim 10 *h*. 38 *m*. da noite.	**Yéddo** (Japão) **Meia-noite**	**Mexico** 8 *h*. 43 *m*. da manhã.	**Washington** 9 *h*. 45 *m*. da manhã.
Jerusalém 5 *h*. 15 *m*. da tarde.	**Valparaiso** 10 *h*. 6 *m*. da manhã.	**Buenos-Ayres** 11 *h*. da manhã.	**Montevidéo** 11 *h*. 8 *m*. da manhã.

Nota. A lettra *h* significa horas, e a lettra *m* significa minutos. Omittimos os segundos de tempo para ficar mais simples a comparação.

Figura 7: Diferença horária entre Rio de Janeiro e várias cidades.

Na página 193 têm-se vários problemas de câmbios (entre a moeda portuguesa e a moeda brasileira da época; Figura 8).

Este tipo de problemas envolvendo câmbios e fusos horários (como os anteriores) talvez sejam interessantes no contexto educativo actual, dada a massificação que as viagens (quer de trabalho quer de turismo) sofreram nos nossos dias.



— 193 —

Cambio sobre Portugal

355. A moeda brazileira e a portugueza teem a mesma denominação, as mesmas divisões e as mesmas unidades, que são um real, um mil-réis e um conto de réis. Ha, porém, entre ellas a differença do valor.

Illustração. As moedas portuguezas de ouro, prata e cobre, teem o dobro do tamanho das moedas brazileiras, de sorte que uma moeda portugueza de 500 réis é igual em peso a uma moeda brazileira de 1$000. Ora, como a moeda portugueza tem o dobro do peso da moeda brazileira tem tambem o dobro do valor. E para se distinguir as duas moedas, dá-se a uma o nome de moeda forte, e á outra o de moeda fraca, de sorte que 500$ fortes valem no Brazil 1:000$, e 500$ fracos valem em Portugal 250$.

No cambio entre o Brazil e Portugal, Portugal dá o certo, que é 100$ fortes, e o Brazil dá o incerto, que é 200$, 210$ ou 220$ fracos, conforme as circumstancias. O cambio está ao par quando se dá 200$ fracos por 100$ fortes.

Quando se diz que o cambio está a 230, isto significa que, por cada 100$ fortes, se tem de dar 230$ fracos. A quantia que se dá por cada cem mil réis fortes, é que indica a altura do cambio.

Problema. Quero pagar em Lisboa uma conta de 840$ fortes; estando o cambio a 210, quanto tenho de pagar em nossa moeda?

Solução. Se 100$ fortes valem 210$ fracos, 840$ fortes quanto valerão? A proporção será 100$: 840$ :: 210$: x. Para acharmos o valor de x, temos de multiplicar 480$ pela taxa, que é 210, e dividir o producto por 100, e o resultado é 1:764$.

100$: 840$ :: 210 : x

$$x = \frac{840 \times 219}{100} = 1{:}764\$$$

Problema. Remetti para Portugal 1:764$ fracos, e estando o cambio a 210, que quantia será esta em moeda forte?

Solução. Se 210$ fracos valem 100$ fortes, 1:764$ fracos, quanto valerão? A proporção será: 210$: 1:764$ :: 100$: x. O valor de x é 840$ fortes.

210$: 1:764$ :: 100$: x

$$\frac{1764 \times 100}{210} = 840\$$$

Regra. *Para se reduzir moeda forte a moeda fraca, multiplica-se a moeda forte pela taxa do cambio, e o producto divide-se por 100.*

Para se reduzir moeda fraca a moeda forte, multiplica-se a quantia fraca por 100, e divide-se o producto pela taxa do cambio.

1. Mandei vir do Porto um carregamento de vinho que importou em 8:600$000 fortes; estando o cambio a 220, quanto tenho de pagar? Resp. 18:920$ fracos.

2. Quero saber quanto é 1:800$ da nossa moeda reduzidos a moeda forte ao cambio de 225. Resp. 800$ fortes.

3. Um droguista mandou vir de Lisboa 50 kilos de mercurio doce; ora, custando em Lisboa cada kilo de mercurio 3$ fortes, quanto teve elle de pagar na nossa moeda, estando o cambio a 210? Resp. 315$ fracos.

13 A. P.

Figura 8: Problemas de câmbios.

Para terminar apenas referir que este livro de António Trajano teve, pelo menos, trinta edições o que parece indicar ter sido um livro com bastante aceitação. Deixamos ainda o prefácio da segunda edição (e que acompanha a trigésima edição a que tivemos acesso; figuras 9 e 10) para que se perceba o que se pretendia com a publicação deste livro.

PREFACIO DA SEGUNDA EDIÇÃO

Por muitos annos, o estudo de Arithmetica esteve entre nós em quasi completo abandono e deploravel atrazo. Nas escolas primarias os mestres limitavam-se a ensinar superficialmente as quatro operações fundamentaes e algumas regras cuja applicação os alumnos ficavam sempre desconhecendo.

No ensino secundario accrescentavam só fracções, complexos, proporções e extracção de raizes, mas, como estes pontos eram expostos e demonstrados em linguagem algebrica, não podiam, de modo algum, ser comprehendidos pelos discipulos.

Daqui resultava que aquelles que não seguiam depois um curso especial de mathematicas, ficavam inhabilitados para resolver os mais simples problemas e questões de Arithmetica. E tão desaffeiçoados elles se mostravam depois a esta sciencia, que nunca mais intentavam fazer novos estudos ou ensaios para a comprehender. E' por isso, que ainda hoje vemos moços e moças muito intelligentes, que fallam Francez e Inglez, que sabem Historia, que podem discorrer sobre Philosophia e outros ramos da litteratura, mas que em Arithmetica, não sabem dispôr os termos de uma proporção, e, muitas vezes, nem sommar duas fracções. E' ainda pela mesma razão, que são tão raras as pessoas do povo que podem facilmente operar os calculos mais triviaes e communs.

Felizmente nestes ultimos annos, o estudo de Arithmetica tem começado a sahir desse abandono em que jazeu por tanto tempo. Já se vai dando mais apreço a esta sciencia importante, que é, sem contestação, um dos conhecimentos mais uteis e necessarios para ambos os sexos em qualquer condição da vida.

Qual é o homem ou qual é a senhora que não precise de calcular os seus negocios? Como se poderá entrar no dominio de muitas sciencias e artes sem se ter um conhecimento aperfeiçoado da sciencia dos numeros?

O estudo de Arithmetica tem duas grandes vantagens: a primeira é saber calcular, isto é, resolver facilmente qualquer problema de Arithmetica, e a segunda é desenvolver as faculdades intellectuaes por meio do raciocinio exercitado nos processos do calculo. Esta dupla vantagem já era conhecida no tempo de Platão, pois os discipulos deste philosopho confessavam que o estudo de Arithmetica desenvolvia a intelligencia e encaminhava o raciocinio para a realidade.

Para o estudo de Arithmetica offerecer estas duas vantagens, é necessario que o ensino seja completo, isto é, theorico e pratico; é necessario que o discipulo, logo que comprehenda uma theoria, a ponha em pratica para conhecer a sua applicação e disciplinar o seu raciocinio nos complicados encadeamentos das operações.

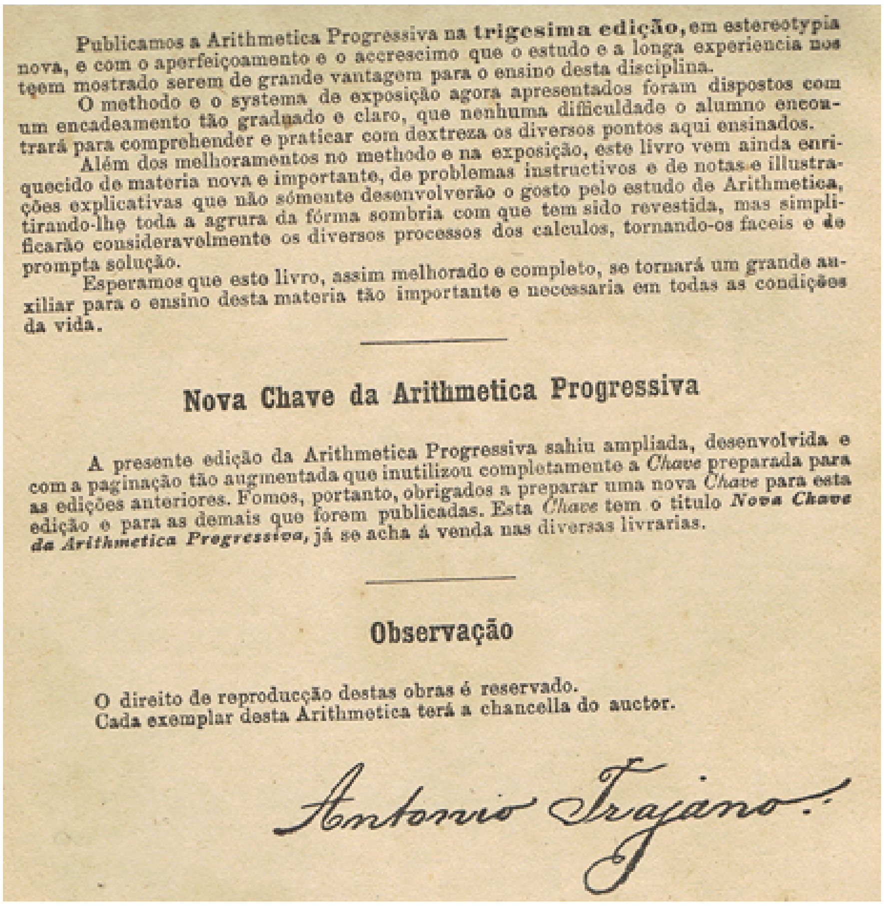
Quando, porém, o estudo de Arithmetica se limita a certas regras ou a certos pontos exigidos nos exames, e isto mesmo sem exercicios variados, pouco ou nenhum proveito se pode tirar delle. Um estudo tão superficial de Arithmetica deve ser banido de todos os estabelecimentos de educação por inutil e prejudicial; *pois illude o estudante fazendo-o crer que sabe a sciencia dos numeros, quando muitas vezes não póde resolver o mais simples problema.*

O nosso compendio de **Arithmetica Progressiva** apresenta a parte theorica de cada ponto acompanhada de exercicios e problemas graduados para o ensino da applicação, e deste modo os alumnos poderão exercitar-se com grande vantagem na theoria e na pratica, podendo depois resolver com dextreza qualquer questão de Arithmetica.

Aquelles, pois, que cursarem o nosso compendio, gosarão das duas vantagens que offerece o estudo da sciencia dos numeros

O Auctor.

Figura 9: Prefácio.


Publicamos a Arithmetica Progressiva na **trigesima edição**, em estereotypia nova, e com o aperfeiçoamento e o accrescimo que o estudo e a longa experiencia nos teem mostrado serem de grande vantagem para o ensino desta disciplina.

O methodo e o systema de exposição agora apresentados foram dispostos com um encadeamento tão graduado e claro, que nenhuma difficuldade o alumno encontrará para comprehender e praticar com dextreza os diversos pontos aqui ensinados.

Além dos melhoramentos no methodo e na exposição, este livro vem ainda enriquecido de materia nova e importante, de problemas instructivos e de notas e illustrações explicativas que não sómente desenvolverão o gosto pelo estudo de Arithmetica, tirando-lhe toda a agrura da fórma sombria com que tem sido revestida, mas simplificarão consideravelmente os diversos processos dos calculos, tornando-os faceis e de prompta solução.

Esperamos que este livro, assim melhorado e completo, se tornará um grande auxiliar para o ensino desta materia tão importante e necessaria em todas as condições da vida.

Nova Chave da Arithmetica Progressiva

A presente edição da Arithmetica Progressiva sahiu ampliada, desenvolvida e com a paginação tão augmentada que inutilizou completamente a *Chave* preparada para as edições anteriores. Fomos, portanto, obrigados a preparar uma nova *Chave* para esta edição e para as demais que forem publicadas. Esta *Chave* tem o titulo ***Nova Chave da Arithmetica Progressiva***, já se acha á venda nas diversas livrarias.

Observação

O direito de reproducção destas obras é reservado.
Cada exemplar desta Arithmetica terá a chancella do auctor.

Antonio Trajano.

Figura 10: Prefácio (continuação).

Agradecimento
Este trabalho foi financiado pelo CIDMA-Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações e pela FCT-Fundação para a Ciência e Tecnologia, no âmbito do projecto UID/MAT/04106/2013.

Referências

[1] Pinto, Helder. "Problemas dos Nossos Avós", *Jornal das Primeiras Matemáticas*, 3, 59–67, 2014.

[2] Trajano, António. *Arithmetica Progressiva*, Typ. de Martins de Araújo & C., Rio de Janeiro, 1880?.