

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

Jornal das Primeiras

# MATEMÁTICAS



QUADRADO



CÍRCULO



TRIÂNGULO  
ISÓCELES



RETÂNGULO



HEXÁGONO



ELIPSE



PENTÁGONO

Número 16  
Junho, 2021



Ludus

# *Problemas e Desafios*

---

## PROBLEMAS DOS NOSSOS AVÓS (14)

*Hélder Pinto, Ângelo Silva*

Instituto Piaget, RECI & CIDMA - Universidade de Aveiro,

Instituto Piaget

hbpinto1981@gmail.com, angelo.silva@gaia.ipiaget.pt

**Resumo:** *Nesta secção do Jornal das Primeiras Matemáticas apresentam-se regularmente alguns problemas de matemática de livros escolares portugueses do passado.*

**Palavras-chave:** manuais de matemática antigos, problemas de matemática elementar.

### Preâmbulo

Os problemas escolares utilizados no ensino da Matemática, em particular no ensino elementar, têm sofrido algumas alterações ao longo dos tempos. Muitas vezes a diferença não está nos conteúdos – pois as matérias básicas como a aritmética e a geometria, de grosso modo, mantêm-se as mesmas – mas sim na forma e no contexto com que estes problemas são apresentados.

Nesta secção do *Jornal das Primeiras Matemáticas* apresentaremos regularmente alguns problemas de matemática que foram publicados em livros escolares portugueses do passado. Contaremos com a colaboração dos nossos leitores, que poderão fazer-nos chegar cópias de problemas antigos que considerem interessantes através do e-mail hbpinto1981@gmail.com.

### À Descoberta da Matemática com o Calculador Multibásico de João António Nabais

Neste número apresentamos o livro de apoio ao Calculador Multibásico da autoria do Professor João António Nabais (1915–1990) (Figura 1).

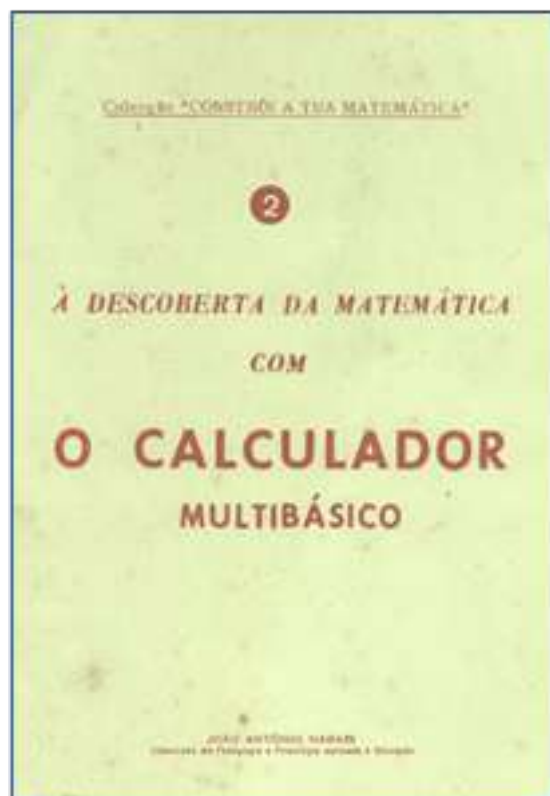


Figura 1: Capa de [1].

O Calculador Multibásico é um dispositivo pedagógico criado em Portugal pelo padre João A. Nabais, professor que fundou o Colégio Vasco da Gama, em 1959, em Meleças (Sintra), e onde aplicou este seu dispositivo.



Figura 2: Calculador Multibásico à venda na plataforma OLX [3].

Note-se que este professor era licenciado em Pedagogia e Psicologia Aplicada à Educação pela Universidade Católica de Lovaina (Bélgica), tendo também criado, em Lisboa, o Centro de Psicologia Aplicada à Educação. Para mais informações sobre este autor, consultar [2], pp. 21-23. Atualmente ainda é possível encontrar aplicações didáticas deste dispositivo como, por exemplo, neste workshop em [4] e neste vídeo em [5].

De grosso modo, pode-se utilizar este dispositivo como se fosse uma espécie de ábaco para operações, mas também pode usar-se para aprender/praticar sistemas de numeração de diferentes bases; no livro de apoio aqui apresentado, estas bases são ensinadas com recurso a jogos: “Jogo da Torre do 2” (base binária) e “Jogo da Torre do 3” (base 3) – observe-se o índice deste livro na figura 3. Posteriormente, estes jogos são generalizados para a Torre do 4, para a Torre do 5, e assim sucessivamente até à Torre do 10 (correspondente ao nosso sistema decimal atual).

ÍNDICE		<u>PÁG.</u>
Introdução .....		3
1. Placas e Torres .....		11
2. Jogo da Torre do Dois.....		13
3. Jogo da Torre do Três .....		16
4. Torres e Conjuntos .....		21
5. Reunir Conjuntos amarelos .....		22
6. Reunião de amarelas e verdes .....		26
7. Reunião de amarelas, verdes e encarnadas .....		29
8. Repetir Conjuntos (iteração) .....		32
9. Diferença de Conjuntos.....		36
10. Partição de Conjuntos .....		39
11. Desfazer Torres .....		44
12. Mais Diferenças de Conjuntos .....		49
13. Combinar Cores .....		52
14. Algarismos e Sinais .....		54

Figura 3: Índice de [1].

Note-se ainda que este livro de apoio faz parte de uma coleção designada por “Constrói a Tua Matemática” (número 2). Na Figura 4 estão os livros que faziam parte desta coleção.

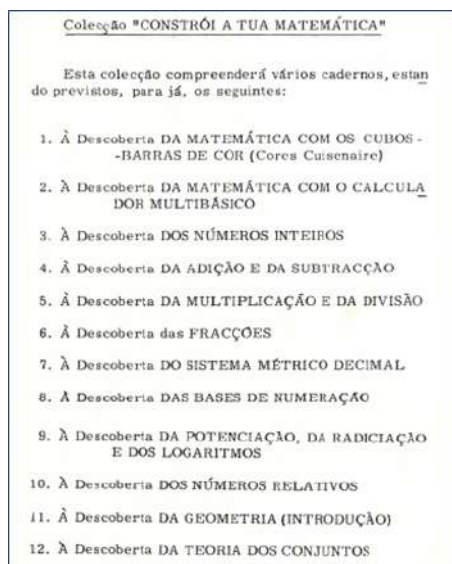


Figura 4: Títulos da coleção onde se insere este livro [1], p. 67

A noção de “construir as matemáticas” é justificada nas primeiras páginas deste livro de apoio e centra-se no pensamento de Zoltán Pál Dienes (1916–2014) – Figuras 5 a 8.

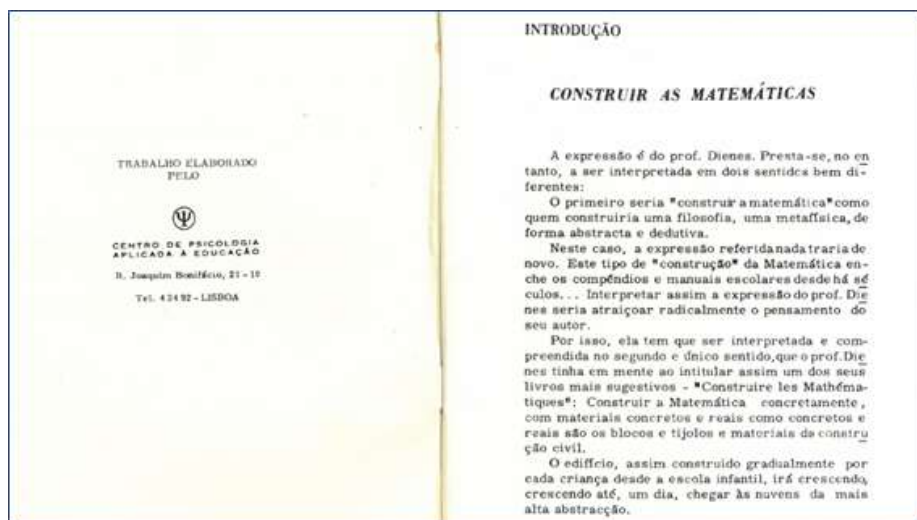


Figura 5: [1], pp. 2 e 3.



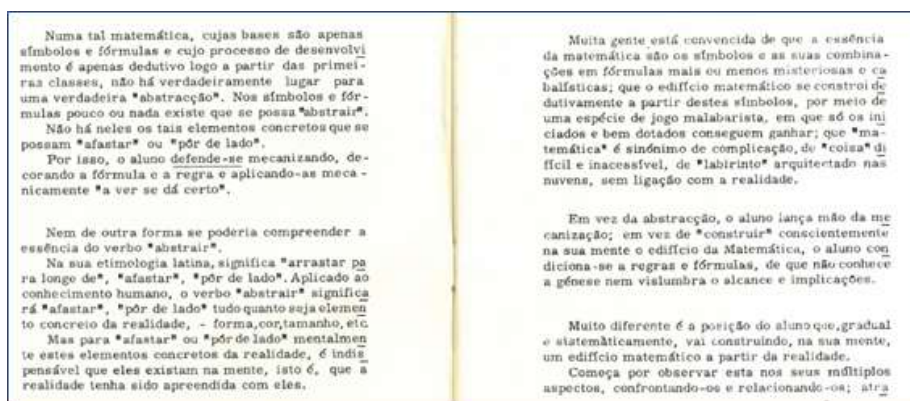


Figura 6: [1], pp. 4 e 5.

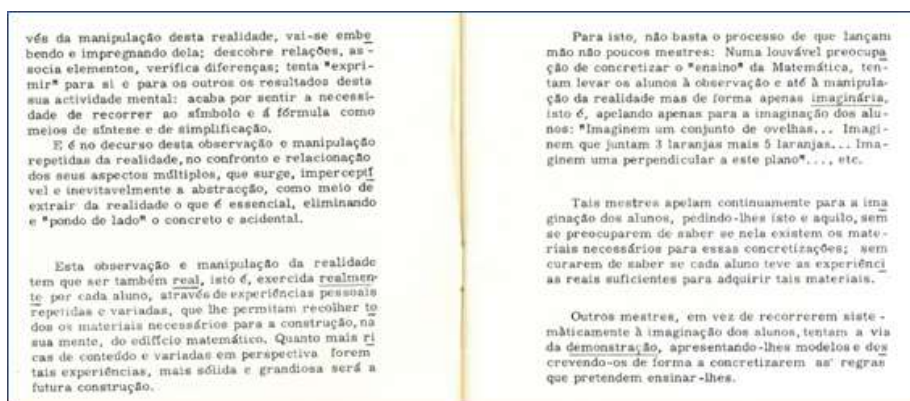


Figura 7: [1], pp. 6 e 7.

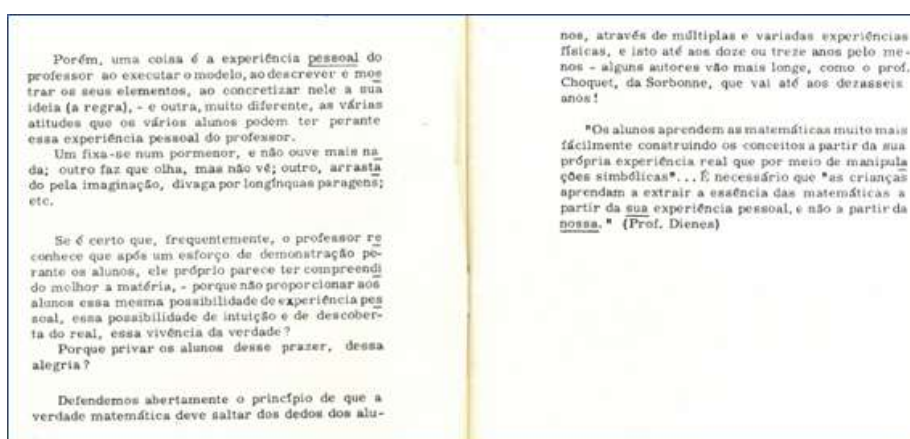


Figura 8: [1], pp. 8 e 9.

Como já foi referido, este material didático pode ser utilizado como um abáco normal (ver Figura 9 para um exemplo de uma subtração), mas, quanto a nós, o principal interesse em relação a outros dispositivos pedagógicos é a de permitir explorar outros sistemas de numeração, permitindo assim uma melhor compreensão do sistema de numeração decimal.

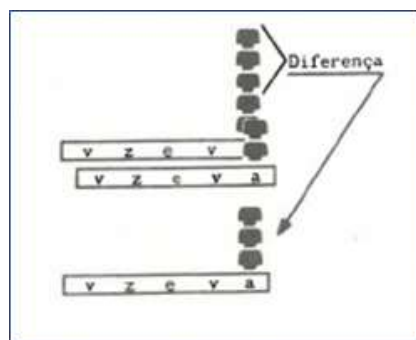


Figura 9: Subtração  $5 - 2 = 3$  apresentada em [1], p. 37.

De seguida, reproduzimos os cinco primeiros capítulos deste livro (Figuras 10 a 17).

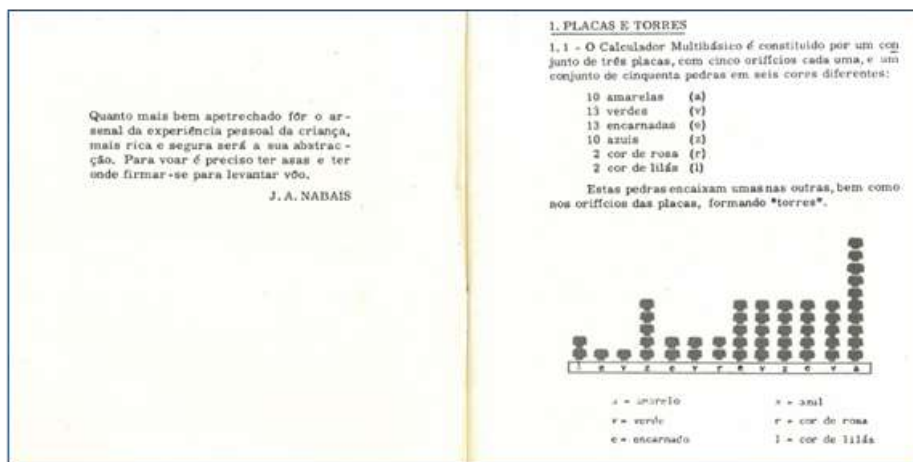


Figura 10: [1], pp. 10 e 11.

No final desta obra tem-se ainda uma descrição do que deveria estar presente num "Laboratório de Matemática" (Figuras 10 a 20) começando, claro, pelo dispositivo apresentado neste livro. Realce-se ainda as citações escolhidas pelo autor que realçam a necessidade do ensino se adaptar, permanentemente, às novas teorias científicas não podendo esperar pela mudança de gerações (Figura 18).

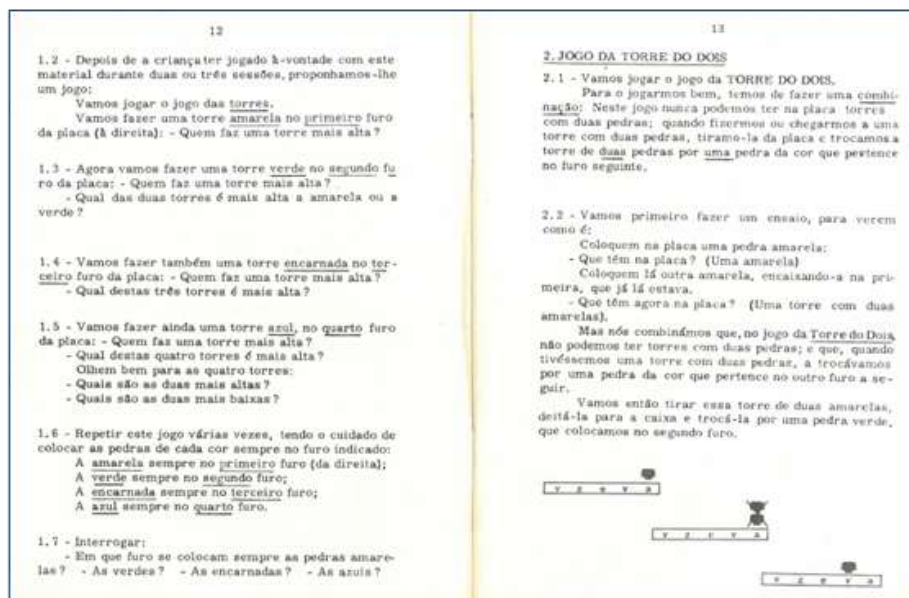


Figura 11: [1], pp. 12 e 13.

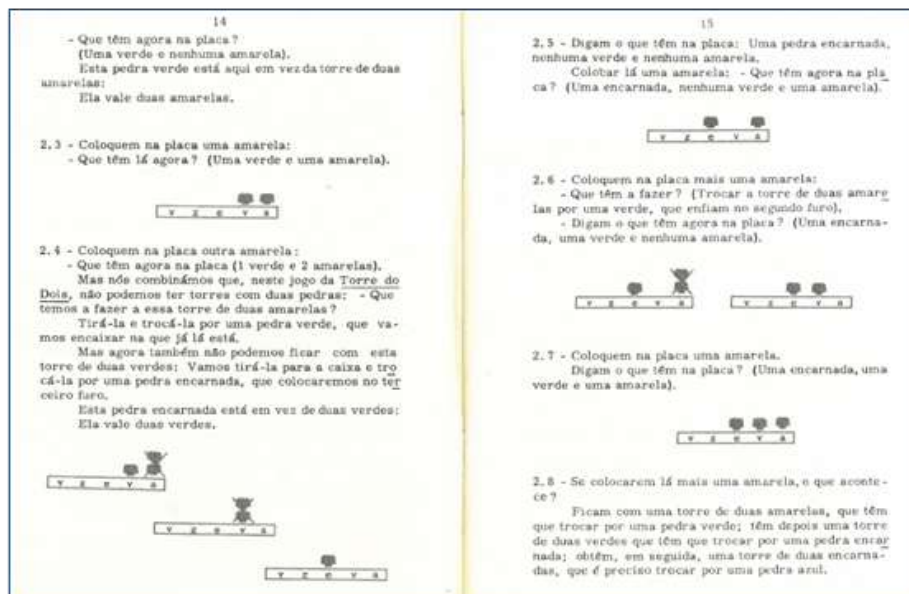



Figura 12: [1], pp. 14 e 15.

Uma última nota vai para a indicação final do autor de que este dispositivo não deverá ser utilizado pelos professores para “demonstrações” e que a sua finalidade principal é ser usado pelas “mãos dos alunos” (Figura 21).



16

-Que têm na placa, no final? (Uma azul, nenhuma encarnada, nenhuma verde e nenhuma amarela).



2.5 - Repetir este jogo da Torre do Dois as vezes necessárias, até a criança o dominar suficientemente.

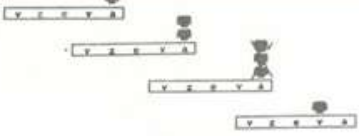
Após cada jogada, procurar sempre que ela leia o que tem na placa.

Verificar se, cada vez que retira da placa uma torre de duas pedras, a substitui por uma pedra da cor seguinte. Pode esquecer-se: Ou de retirar a torre de duas pedras, ou de colocar, no furo imediato, a pedra que substitui a torre de duas.


**3. JOGO DA TORRE DO TRÊS**

3.1 - A combinação, que temos a fazer para o jogo da TORRE DO TRÊS, é que não podemos ter torres com três pedras: Quando obtivermos uma torre com três pedras, tiramo-la da placa e trocamos-la por uma pedra da cor que pertence ao furo seguinte.

3.2 - Coloquem na placa uma pedra amarela: - Que têm lá? (Uma amarela).  
Coloquem outra amarela: - E agora? (Duas amarelas).  
- Essa torre de duas amarelas pode ficar ou não? (Sim, porque estamos a jogar à Torre do Três).  
Coloquem mais uma amarela: Fizeram uma torre de três amarelas.  
- Pode ficar na placa? (Não)  
- Que é preciso fazer? Tirá-la da placa e trocá-la por uma pedra verde no segundo furo.



3.3 - Que têm na placa? (Uma verde e nenhuma amarela).  
- Neste jogo da Torre do Três, essa verde está em vez de quantas amarelas? (De três).  
Coloquem na placa uma amarela:  
- Que têm lá agora? (Uma verde e uma amarela).  
Coloquem lá outra amarela: - E agora? (Uma verde e duas amarelas).  
Coloquem mais uma amarela na placa: - Que têm a fazer?  
Como a torre de três amarelas não pode ficar na placa (visto que estamos a jogar o jogo da Torre do Três), tiramo-la e trocamos-la por uma pedra verde, que encaixamos na que já lá está no segundo furo.  
Ficamos assim com duas verdes e nenhuma amarela.



3.4 - Coloquem uma amarela: - Que têm lá? (Duas verdes e uma amarela).  
Coloquem outra amarela: - E agora? (Duas verdes e duas amarelas).  
Coloquem mais outra amarela: - Que têm a fazer?


Figura 13: [1], pp. 16 e 17.

18


Trocar a torre de três amarelas por uma pedra verde que encaixam nas duas que já lá estão no segundo furo.

Mas como esta torre de três também não pode ficar, temos de a trocar por uma pedra encarnada no terceiro furo.


Esta pedra encarnada está em vez de três verdes.



3.5 - Que têm na placa? (Uma encarnada, nenhuma verde e nenhuma amarela).  
Coloquem lá duas amarelas: - Que têm agora na placa? (Uma encarnada, nenhuma verde e duas amarelas).  
Coloquem lá mais uma amarela e façam o que têm a fazer (trocar a torre de três amarelas por uma pedra verde no segundo furo).




3.6 - Que têm na placa? (Uma encarnada, uma verde e nenhuma amarela).  
Ponham lá uma amarela: - Que têm agora? (Uma encarnada, uma verde e uma amarela).  
Coloquem lá mais duas amarelas: - Que têm a fazer? (Trocar a torre de três amarelas por uma pedra verde no segundo furo).  
- Que têm agora na placa? (Uma encarnada, duas verdes e nenhuma amarela).

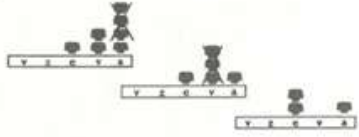


19

3.7 - Coloquem duas amarelas na placa.  
Não se esqueçam que estamos a jogar o jogo da Torre do Três e que, neste jogo, só tiramos e trocamos torres de três pedras. Têm na placa uma encarnada, duas verdes e duas amarelas.



Coloquem lá mais duas amarelas e façam o que têm a fazer. (Tirar uma torre de três amarelas, ficando, portanto, uma pedra amarela na placa; trocar a torre de três amarelas por uma pedra verde, que encaixamos nas duas que já lá estão no segundo furo; mas, como obtivemos uma torre com três verdes, trocamos-la também por uma pedra encarnada, que encaixamos na que já lá está, no terceiro furo).



- Que pedras têm na placa? (Duas encarnadas, nenhuma verde e uma amarela).

3.8 - Coloquem na placa duas amarelas e façam o que têm a fazer.  
- Que têm na placa? (Duas encarnadas, uma verde e nenhuma amarela).

Figura 14: [1], pp. 18 e 19.

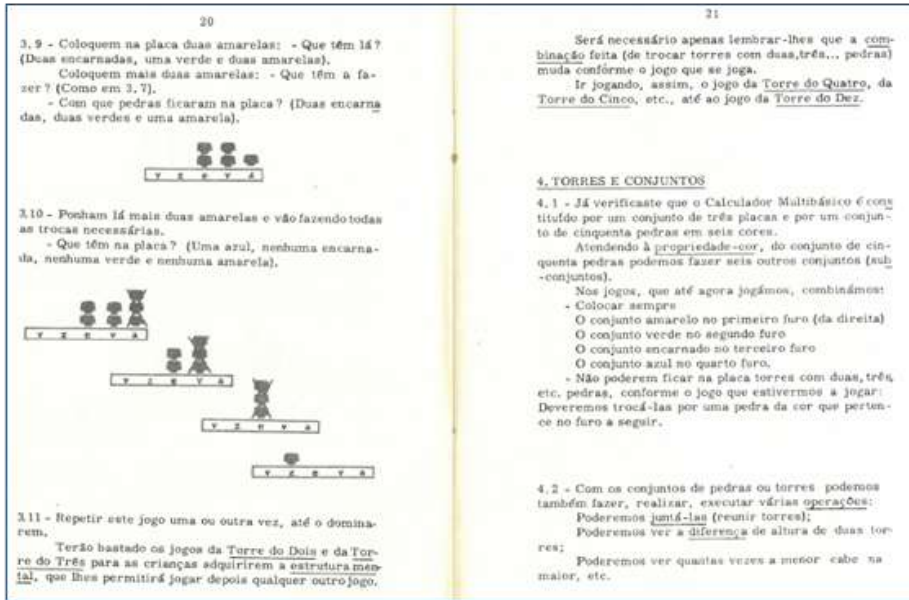


Figura 15: [1], pp. 20 e 21.

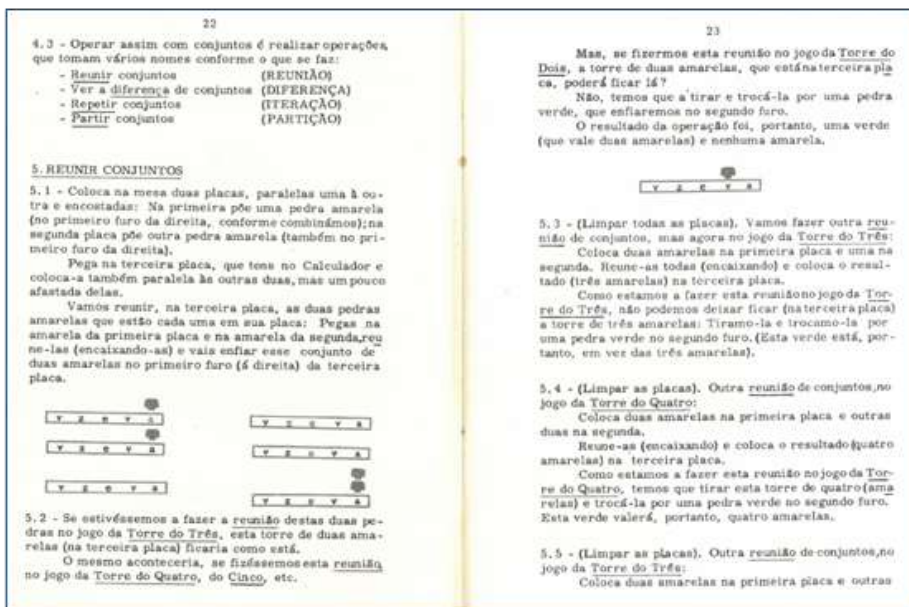


Figura 16: [1], pp. 22 e 23.

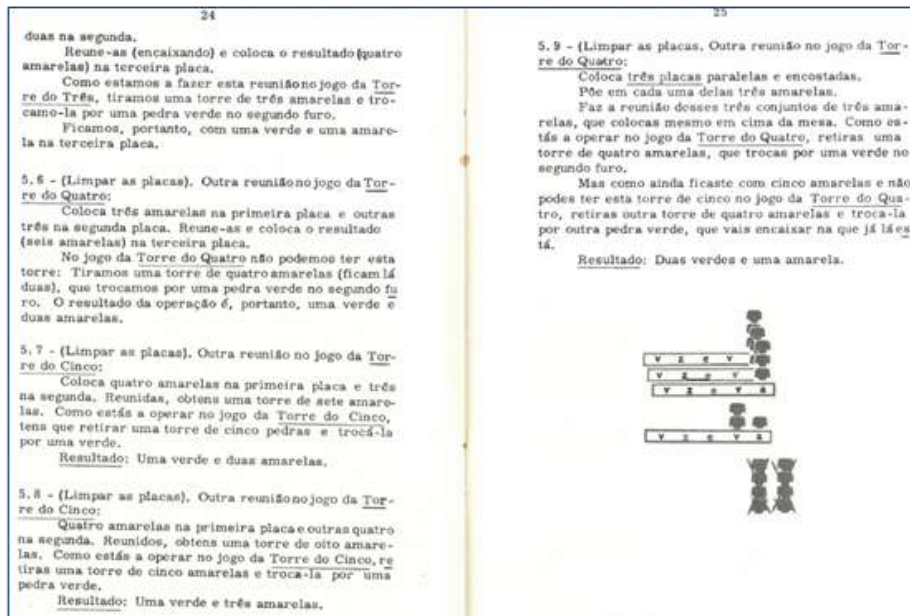


Figura 17: [1], pp. 24 e 25.

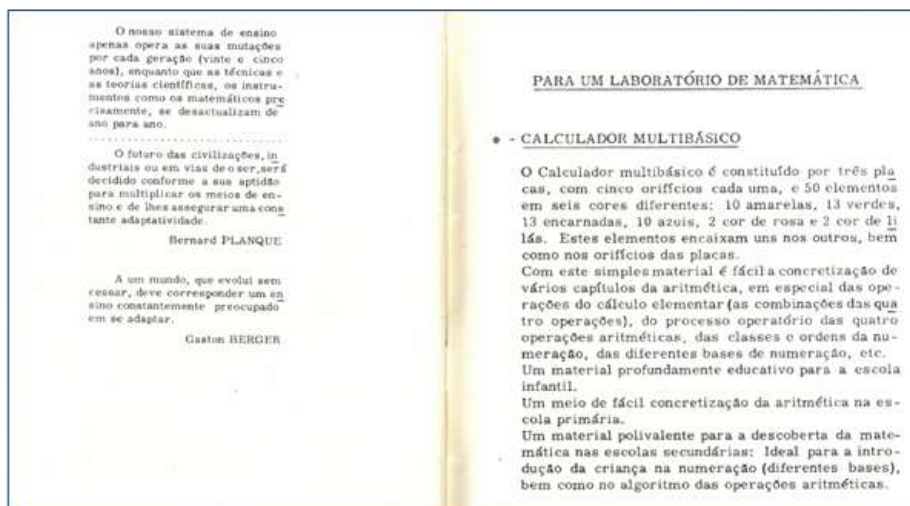


Figura 18: [1], pp. 60 e 61.

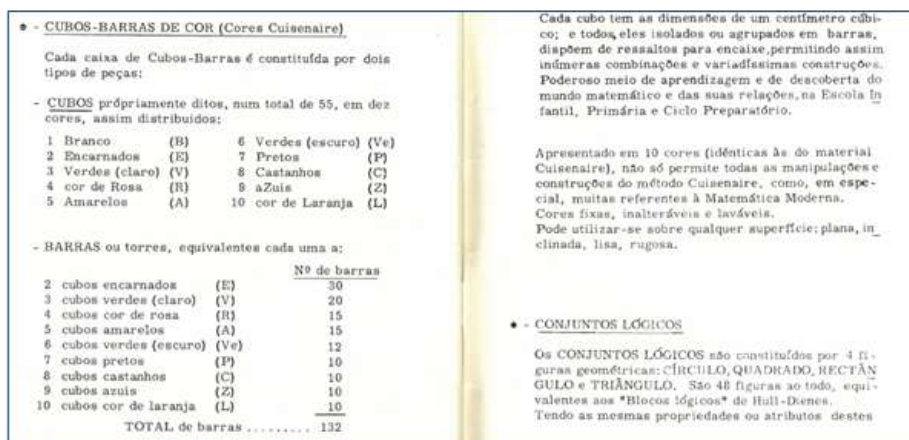


Figura 19: [1], pp. 62 e 63.

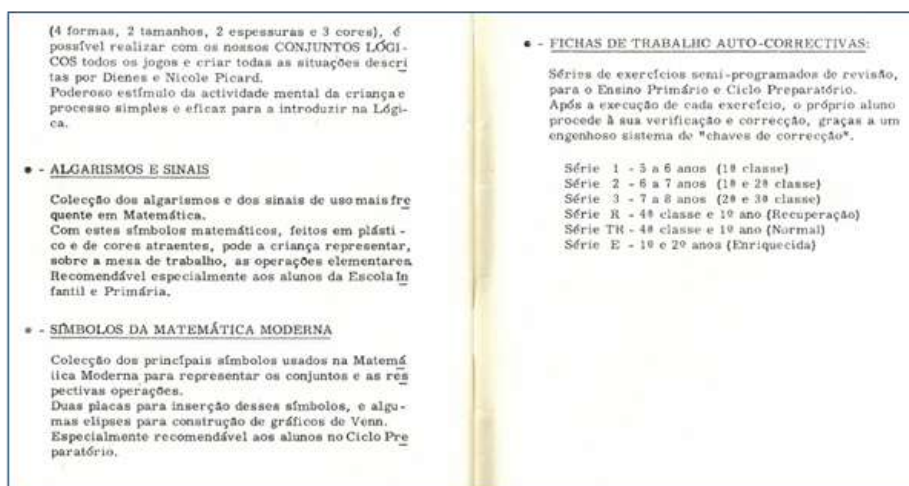


Figura 20: [1], pp. 64 e 65.

Se é certo que estes materiais podem ser utilizados em "demonstrações" feitas pelo professor, bom será lembrar que eles foram concebidos principalmente como instrumentos de investigação e descoberta nas mãos dos alunos.

Figura 21: [1], p. 66.

## Agradecimento

Este trabalho foi financiado pelo CIDMA-Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações e pela FCT-Fundação para a Ciência e Tecnologia, no âmbito dos projectos UIDB/04106/2020 e UIDP/04106/2020.

## Referências

- [1] Nabais, João António. *À Descoberta da Matemática com o Calculador Multibásico*, Éduca, Rio de Mouro, s.d..
- [2] Moreira, Carla A. C. *Tecnologia em educação matemática: do ábaco ao smartphone*. Tese de Mestrado em Matemática para Professores. Universidade de Aveiro, 2020.  
<https://ria.ua.pt/handle/10773/30832>
- [3] <https://www.olx.pt/anuncio/calculador-multibasicso-IDFSgXl.html>
- [4] [https://www.educatio.pt/avada\\_portfolio/calculadores-multibasicos/](https://www.educatio.pt/avada_portfolio/calculadores-multibasicos/)
- [5] <https://vimeo.com/21851876>