

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

Jornal das Primeiras

MATEMÁTICAS



QUADRADO



CÍRCULO



TRIÂNGULO
ISÓCELES



RETÂNGULO



HEXÁGONO

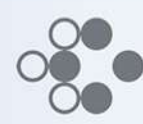


ELIPSE



PENTÁGONO

Número 15
Dezembro, 2020



Ludus

Problemas e Desafios

PROBLEMAS DOS NOSSOS AVÓS (13)

Hélder Pinto, Ângelo Silva

ESE - Instituto Piaget (V. N. Gaia), RECI & CIDMA - Universidade de Aveiro,

ESE - Instituto Piaget (V. N. Gaia)

hbmpinto1981@gmail.com, angelo.silva@gaia.ipiaget.pt

Resumo: *Nesta secção do Jornal das Primeiras Matemáticas apresentam-se regularmente alguns problemas de matemática de livros escolares portugueses do passado.*

Palavras-chave: manuais de matemática antigos, problemas de matemática elementar.

Preâmbulo

Os problemas escolares utilizados no ensino da Matemática, em particular no ensino elementar, têm sofrido algumas alterações ao longo dos tempos. Muitas vezes a diferença não está nos conteúdos – pois as matérias básicas como a aritmética e a geometria, de grosso modo, mantêm-se as mesmas – mas sim na forma e no contexto com que estes problemas são apresentados.

Nesta secção do *Jornal das Primeiras Matemáticas* apresentaremos regularmente alguns problemas de matemática que foram publicados em livros escolares portugueses do passado. Contaremos com a colaboração dos nossos leitores, que poderão fazer-nos chegar cópias de problemas antigos que considerem interessantes através do e-mail hbmpinto1981@gmail.com.

Matemáticas (Bachillerato 1) de M. Guzmán, J. Colera e A. Salvador

Neste número apresentamos a segunda parte do nosso texto publicado no número anterior do JPM [2], onde é analisada a primeira parte do livro Matemáticas (Bachillerato 1), publicado em Espanha, no ano de 1987, por M. Guzmán, J. Colera e A. Salvador (Figura 1).

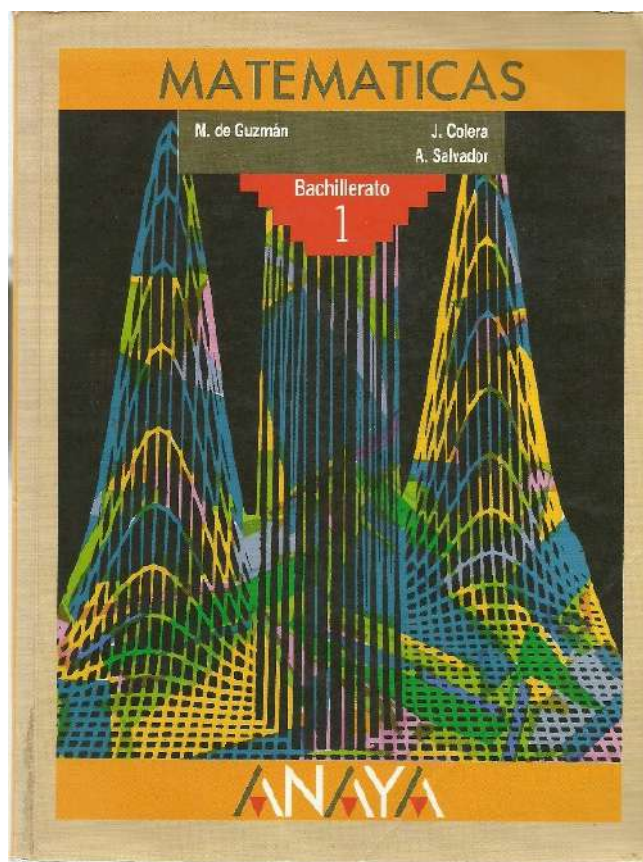


Figura 1: Capa de [1].

No último número fizemos uma breve apresentação de Miguel de Guzmán e deste seu livro que, como já referido nessa altura, está recheado de apontamentos bem reveladores do percurso deste autor: a divulgação e a matemática recreativa, a história da matemática e a matemática como parte da cultura e da sociedade atual. Relembre-se que este livro está repleto de notas históricas e recreativas, opção justificada pelos autores para “motivar, interessar, entreter” os estudantes.

De seguida, apresentamos o índice dos últimos onze capítulos desta obra (Figura 2). Relembre-se que os primeiros dez capítulos deste manual se dedicavam aos seguintes temas: Números (4 capítulos), Álgebra (3) e Combinatória (3).

Estadística: Introducción 176		17. Funciones: gráficas y fórmulas .. 278	
11. Tablas y gráficas estadísticas ... 180		1. Expresión algebraica de una función 279	
1. Tablas estadísticas 181		2. Funciones que se obtienen experimentalmente 282	
2. Tabla de frecuencias 185		3. Distintos tipos de funciones 286	
Ejercicios del tema 189		Ejercicios del tema 289	
Revista matemática 190		Revista matemática 290	
12. Parámetros estadísticos 192		18. Funciones representadas mediante rectas 292	
1. Media de una distribución 193		1. Función de proporcionalidad 293	
2. La desviación típica 197		2. Otras formas de la ecuación de la recta 297	
3. Interpretación conjunta de \bar{X} y σ 201		3. Intersección de rectas 303	
Ejercicios del tema 204		Ejercicios del tema 305	
Revista matemática 206		Revista matemática 306	
13. Distribuciones bidimensionales .. 208		19. Parábolas 308	
1. Distribuciones bidimensionales. Relación entre las variables 209		1. La parábola. Una curva en muchas posiciones 309	
2. Correlación positiva, negativa y nula 212		2. Parábolas más o menos grandes: $y=ax^2+bx+c$ 314	
3. La recta de regresión para hacer previsiones 215		3. Intersección de rectas y parábolas 317	
Ejercicios del tema 218		Ejercicios del tema 320	
Revista matemática 220		Revista matemática 322	
Probabilidad: Introducción ... 222		Sucesiones: Introducción 324	
14. El azar y la probabilidad 226		20. Sucesiones. Progresión Aritmética 328	
1. Seguro. Probable. Imposible 227		1. Concepto de sucesión 329	
2. Distribución esperada y distribución empírica 229		2. Progresiones aritméticas 332	
3. Leyes del azar. Probabilidad 234		3. Suma de n términos de una progresión geométrica 336	
Ejercicios del tema 239		Ejercicios del tema 339	
Revista matemática 240		Revista matemática 340	
15. Cálculo de probabilidades 242		21. Progresiones geométricas 342	
1. Probabilidad de un suceso 243		1. Progresiones geométricas 343	
2. Experiencias compuestas 247		2. Suma de los términos de una progresión geométrica 345	
Ejercicios del tema 252		3. Progresiones geométricas indefinidas. Suma 347	
Revista matemática 254		4. Interés compuesto 350	
Funciones: Introducción 256		5. Deudas 352	
16. Las funciones y sus gráficas 260		Ejercicios del tema 355	
1. Las funciones describen fenómenos 261		Revista matemática 356	
2. Variaciones de una función 264		Índice 358	
3. Discontinuidades. Continuidad 267			
4. Estudio conjunto de varias funciones 270			
Ejercicios del tema 274			
Revista matemática 276			

Figura 2: Índice dos últimos onze capítulos de [1], p. 359.

Nas páginas que se seguem, tal como anteriormente, apresentamos as secções de introdução, bem como a seção “Revista Matemática” de cada capítulo. Relembre-se que estas secções são muito interessantes e estão recheadas de apontamentos ricos, rigorosos e variados de história da matemática, de matemática recreativa, bem como de variadíssimas aplicações contemporâneas da matemática atual. De facto, como referimos no número anterior, este manual procura sempre fazer a ponte entre o passado (a origem das temáticas) e o presente (utilizações dessas temáticas na atualidade).

Estatística

¿Qué es?

En esencia, inducción.
La ciencia, en general, avanza por dos caminos fundamentales: deducción e inducción.

Con la deducción se parte de ciertos principios básicos y mediante razonamientos lógicamente correctos, se va llegando a ciertos conocimientos y proposiciones (teoría) que constituyen la teoría.

La inducción científica (que no hay que confundir con la inducción matemática o inducción completa), procede por dos caminos: el primero, partiendo de hechos y observaciones empíricamente, trata de encontrar a conclusiones generales sobre el objeto que estudia.

Thomas Bayes, en 1763, fue el primero en introducir elementos matemáticos en este proceso inductivo cuando así las puso iniciales en lo que ha llegado a ser la estadística actual.

La estadística es el estudio de los errores dados en observar y analizar datos y de establecer conclusiones acerca del conjunto al que se han recogido tales datos.

Todo es datos, ¿para qué?
Si, por ejemplo, se quiere estudiar las características fisiológicas (estatura, peso, ...) de la población en España que tiene entre 14 y 17 años de edad, será muy difícil, si no imposible, ir a verlos a todos. En tal caso, se ayuda a muchos, se recogen los datos de todos y se toman de los individuos en los que. Es necesario restringirse a escoger una muestra.

Algunos campos de la estadística
La estadística considera las siguientes cuestiones fundamentales:

1. **¿Cómo describir mejor la muestra?**
Es claro que, incluso una muestra de 1.000 individuos, proporciona un material inabarcable de datos. Hay que encontrar algunos que permitan hacer, y otros números que describan la muestra de modo resumido y transparente (características a las que llamamos parámetros). Ésta es la finalidad de la estadística descriptiva o elemental de lo que en estos columnas trataremos a su vez.
2. **¿Qué conclusiones se pueden inferir acerca de la población total? ¿Hasta qué punto son fiables estas conclusiones?**
Ésto es la parte que se llama inferencia estadística y actualmente se trata en cursos básicos matemáticos (estadística inferencial). En la práctica, la inferencia estadística, es decir, una inferencia sobre la población a partir de datos de una muestra, se aplica en muchos campos de la actividad humana.
3. **¿Cómo tomar las muestras para que nos proporcionen una información más fiable?**
A esta pregunta responde la parte de la estadística que se denomina diseño de experimentos.

Historia

Orígenes
Desde la antigüedad, reyes y emperadores se preocuparon de conseguir datos abundantes sobre sus posesiones.

El libro, además de valerte a tu autor el ser nombrado por el Rey moribundo de una importante sociedad científica, formó el estudio de las estadísticas de volú, tanto en su país como en otros países europeos.

En el siglo XIX Gauss se enfrentó con el siguiente problema de aplicar una muestra observada astronómica a problemas repetidos veces, además de una observación directa a través de aparatos e instrumentos en cada observación.

Si se obtienen por ejemplo, 20 valores distintos, ¿qué número tomar como más probable? Gauss inventó un método, el de los mínimos cuadrados, de gran importancia teórica y práctica.

La moderna tecnología para el almacenamiento de datos en los programas de ordenador, no ha conseguido superar el nivel de la moda.

Figura 3: [1], pp. 176-177.

Estatística

La estadística en la práctica

La estadística se convirtió paulatinamente en ciencia independiente a principios del siglo XIX con los trabajos de los británicos Karl Pearson, otros los mecanismos de la evolución y de la herencia y de Fisher, con sus estudios sobre la genética agrícola. Posteriormente la estadística se ha convertido en una base científica esencial de todas las ciencias.

Karl Pearson, padre de la estadística moderna
Aunque gran parte de su matemática física es sólo eso, matemática. Pero, bien, entre los matemáticos modernos ha habido casi de todo: físicos, biólogos, químicos, filósofos, economistas, políticos, ingenieros de todos los terrenos y países...

Johns Hopkins en 1877, fue el primer administrador y matemático de los siglos XIX-XXI pero también un estadístico precursor de los estudios de ciencias-física. Lewis Carroll (que se dedicó a la literatura) fue Charles L. Dodgson, fue el autor de Alice en el País de las Maravillas y de otros libros que han quedado famosos.

Sus principales trabajos estadísticos consistieron de aplicar matemáticamente los problemas biológicos de la herencia y la evolución a través de los principales tests utilizados en la estadística actual, el llamado test de la χ^2 (o cuadrado) o test de Pearson.

Blas Pascal
Pascal es tan maravillosamente famoso por sus «Pensamientos»-siglos-17-republicados, como por sus resultados matemáticos.

Karl Pearson uno de los fundadores de la estadística moderna. Fue también uno de los grandes científicos. Nació en 1857 en Londres, y comenzó en la Universidad estudiando Derecho entre otros cosas. Lo que le decidió hacer estadística, al tiempo que se dedicaba a actividades políticas radicales y a cuestiones como la reforma curricular en su novela El Nuevo Hombre.

En 1884, a sus 27 años, fue nombrado profesor de matemáticas aplicadas y físicas en el University College de Londres. Allí enseñó e investigó hasta el año 1902 en que se retiró.

Resolveremos

El ves temas que seguirás a ver con mayor frecuencia que con la menor, pero con certeza una buena comprensión de los temas que se ven en el día a día o en cualquier otro día de tu vida.

Pero, también los temas que se ven con frecuencia, se ven con frecuencia, pero con certeza una buena comprensión de los temas que se ven en el día a día o en cualquier otro día de tu vida.

1. Integra la siguiente tabla estadística de valores de los resultados de la Lotería Primitiva. ¿Cuál es el número que se gana una lotería con más frecuencia en cada casta?

Indice de apariciones
(Incluido el número complementario)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. Cuatro jugadores de baloncesto se han sometido a la siguiente prueba: cada uno de ellos ha hecho 10 lanzamientos a canasta a una distancia de 1 m, otros 10 desde 2 m y así sucesivamente hasta 8 m. En cada caso se ha anotado el número de aciertos.

jugador	1 m	2 m	3 m	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m
A	9	10	6	4	2	0	1	0
B	7	6	7	4	2	4	1	0
C	3	4	0	1	0	2	1	0
D	10	8	6	9	6	7	4	5

¿Sabéis decir a a, vista de cada tabla, a qué jugador le afecta menos la distancia o a canasta?

3. La longitud de un nail de vía de fierro a 0°C es de 100 m.

Le siguiente tabla nos da los alargamientos (convénios a varias temperaturas):

Temp. °C	Alarg. mm
0	0
8	1
15	2
25	3
40	5
50	6
60	7
70	9

A la vista de estos valores, ¿podríamos asegurar que alargamiento correspondiente a una temperatura de 100°?

Figura 4: [1], pp. 178-179.

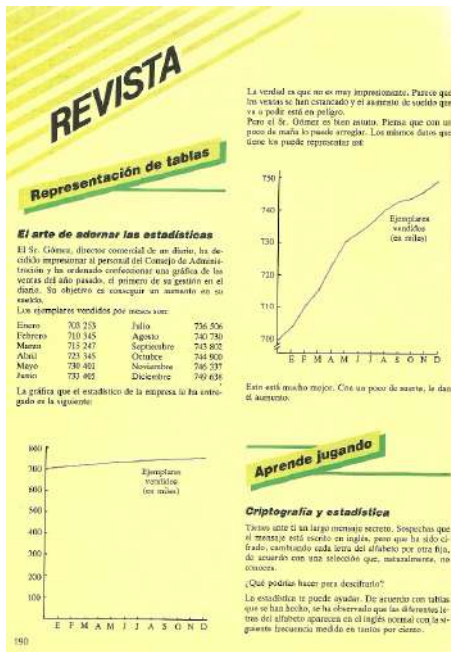
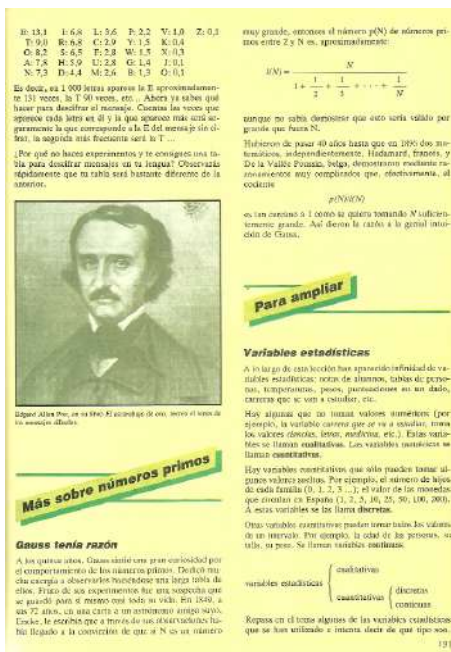


Figura 5: [1], pp. 190-191.



Figura 6: [1], pp. 206-207.



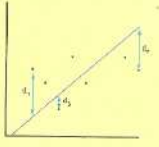
REVISTA

Para ampliar

Método de ajuste de rectas por mínimos cuadrados

Tanto el coeficiente de correlación como la recta de regresión se pueden obtener mediante fórmulas matemáticas perfectamente razonables y manejables.

Para la obtención de la recta de regresión de una dependencia bidimensional, se sigue el llamado método de los mínimos cuadrados, que consiste en ajustar la recta para la cual los cuadrados de los distancias de los puntos de la nube a ella suman lo menos posible.



Esta recta, r , será la recta de regresión para otros puntos si la suma $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 + d_5^2 + d_6^2$ es la menor posible, comparada con las que obtendríamos para otras rectas.

Observe que los distancias están tomadas en el sentido del eje Y.

220



No. de ninguna manera. Con frecuencia, los conductores estacionados no reflejan casual y azarosa. En todo el mundo ocurre a velocidad moderada, y como es natural, la mayoría de los accidentes se producen a estas velocidades.

Si las estadísticas muestran que la mortalidad por tuberculosis es mayor en Sagrán que en los demás provincias, ¿significa eso que el clima sagranés favorece al contagio tuberculoso?

Todo lo contrario. El clima sagranés es tan beneficioso para los tuberculosis que muchos acceden allí para recuperarse. Naturalmente, ésta es la causa de que aumenten allí los fallecimientos provocados por el mal.

Un reciente estudio psicopedagógico ha demostrado que los niños de pre grado saben leer mejor que los de pre grado. ¿Permite el tamaño del pre grado la capacidad de lectura de los niños?



No, desde luego. El estudio se hizo sobre escolares, que están en crecimiento. Todo cuanto se demuestra es el que los niños pequeños, antes que los más grandes, saben mejor que los pequeños, pero mejor que los pequeños.

Entre tres estadísticas subrayan la importancia de no limitarse a una implicación de tipo casual sin probarse la fuerza causal de una correlación estadística. Le aparecen algunos ejemplos más:

1. Se dice a veces que casi todos los estudiantes de un noveno curso de secundaria son de color. ¿Significa esto que "hacer por carretera, a muchos kilómetros de metros, ciudad, es muy peligroso que colisionar por un accidente"? No. Las estadísticas reflejan simplemente, que se usa más el color por los estudiantes de nuestra secundaria que por la secundaria de otros países.
2. Un estudio demográfico que es cierto, según los datos de fallecimiento por cáncer y de consumo de leche entre los más altos del país. ¿Significa esto que beber leche puede ser causa de cáncer? No. Resulta que en la zona el clima es benigno y en ella reside gente mayor y ancianizada. Serán el cáncer afectado común entre los personas de mayor edad, así es la razón del aumento de mortalidad por cáncer.
3. Otro estudio mostró que en cierta región se produce un aumento de mortalidad por fallo cardíaco a un fuerte incremento en el consumo de cerveza. ¿Es posible que beber cerveza sea causa de que aumente la probabilidad de muerte por cáncer? No. En ambas áreas el aumento fue debido a un vector común de la población. Por igual causa, los investigadores podían haber atribuido a ciertos de otros factores del consumo de café, de alcohol, de panes de trigo, o de la lactancia.
4. Un estudio hizo ver que en cierta población aumentó el promedio simultáneamente en la fuerza económica de la población y un notable incremento del número de niños de hogares. ¿No es una sorprendente relación de que sea los hogares que crecen a los niños el número? No, refugio el hecho de que al aumentar el número de niños los hogares se vuelven de más años donde están.
5. Otro estudio estadístico mostró que con todos los grandes estadísticos fueron mejores hijos. ¿Significa esto que los niños nacidos en hogares de estadísticos son más inteligentes que los otros niños? No. Lo que sucede es el hecho sorprendente de que la mayoría de los hijos nacidos en el hogar de los hijos son los estadísticos.

Entre ejemplos (Paradojas) ALA: Martín Góndra, FOT: LAWSON, S.A. Barcelona 1985, al vez incluyen al lector a hacer otros ejemplos de estadísticas, estadísticas (falsamente) multivariadas como relaciones de tipo casual. La probabilidad moderna, y muy particularmente la televisiva, es rica fuente de tales estadísticas.

221

Figura 7: [1], pp. 220-221.

Probabilidad

¿Qué es?

La probabilidad es la parte de las matemáticas que trata de manejar con precisión la incertidumbre (grado de fiabilidad).



Si al lanzar un dado, lo que le interesa es que salga par (el 2, el 4 o el 6), es claro que, de los 6 resultados posibles, la suerte con la que se obtiene el 2 es la probabilidad de que salga un número par será 3/6.

En general, en una experiencia en la que hay n resultados posibles igualmente probables, la probabilidad de que ocurra uno cualquiera de los k que nos interesan es que forman parte de los n posibles será k/n .

Como se sabe desde el descubrimiento en el número de resultados posibles, n , dividido por el de resultados posibles, k , el supuesto que éstos sean equiprobables.

Sólo hay que contar y comparar

Por tanto, dominado perfectamente la probabilidad se contesta bien a varias preguntas que a veces se nos hacen:

1. ¿Cuántos son los resultados posibles?
2. ¿Son igualmente probables?
3. ¿Cuántos son los casos favorables?

Estos ejemplos le dan la clave fundamental para empezar a poner números a los acontecimientos, para manejar bien a pesar de la incertidumbre. Cuando viene a realizar una experiencia aleatoria de este tipo (lanzar un dado, tirar una moneda, sacar una carta de la baraja, un número de los 100, o un resultado de una prueba matemática, etc.) en que los posibles resultados son igualmente probables, la probabilidad de cada uno de ellos es una fracción entre el número de resultados posibles.

222

Piensa que las dos monedas son una peseta y un duro.

Tus resultados posibles son:



Historia

Sobre sus comienzos

La probabilidad nació en el juego y se acuñó como modo de expresar la probabilidad. A la aplicación del razonamiento, en el siglo XVI, Pascal, Cardano, Fermat, se dieron los primeros fundamentos matemáticos referidos al problema de los juegos de azar y de las apuestas.

Un problema antiguo

En 1654, Blas Pascal, un matemático francés, tuvo una vida pacífica, pero algo en la página siguiente hacia una vida en compañía de un jugador más o menos profesional, el abate de Méré. Este antiguo problema es el problema que a Pascal le interesó. En suma, sin que ninguna de las dos suera, era estadísticamente el mismo problema que había interesado tanto a Pascal, Fermat y Cardano en algún momento.



Blas Pascal

¿Qué es la probabilidad? Es el grado de certeza que tenemos de que un suceso ocurra o no. Es una medida de la probabilidad de que ocurra un suceso, es decir, la probabilidad de que ocurra un suceso. Es una medida de la probabilidad de que ocurra un suceso, es decir, la probabilidad de que ocurra un suceso. Es una medida de la probabilidad de que ocurra un suceso, es decir, la probabilidad de que ocurra un suceso.

223

Figura 8: [1], pp. 222-223.

Probabilidad

La probabilidad ahora

La teoría, que comenzó como un juego, se ha convertido hoy día en una de las disciplinas matemáticas más prolíficas y con más aplicaciones en otras ciencias, letras, ciencias, como medicina y biología. En todas las ciencias, la probabilidad ocupa un papel importante que es bastante sorprendente.

En las ciencias económicas y sociales es claro que las leyes que se pueden proponer tienen su fundamento en el estudio no tan exacto de hechos semejantes y en las leyes probabilísticas que los gobiernan.

Para precisar el conocimiento físico de los últimos momentos constituyentes de la materia se utilizan probabilidades. No se puede decir que un electrón cause tal o cual efecto, sino que la probabilidad de que él efectúe tal o cual efecto en tal lugar determinado es...

¿Quién fue?

Uno de los grandes genios matemáticos de todos los tiempos fue Blas Pascal (1623-1662), cuyo trigéimo cumpleaños hemos tenido ocasión de celebrar.

Nació en Clermont (Francia), siendo su padre magistrado. Su madre murió cuando Blas tenía 3 años y desde entonces su padre llevó a su hijo personalmente la educación de sus dos hijos: Jacqueline (dos años menor que Blas) y el futuro filósofo y Blas (que lo hizo en el de las matemáticas).

El genio científico de Pascal no se limitó a la física. Entre otros muchos resultados importantes suyas destacan sus ideas sobre la inducción completa, la invención de los principios del cálculo de probabilidades, su descubrimiento y utilización de los principios del cálculo y la construcción de...




Resolveremos

- En una empresa hay un 65% de hombres y un 35% de mujeres. La dirección espera que un 20% de sus empleados está capacitado para desempeñar una cierta tarea que exige gran responsabilidad y competencia. Finalmente resulta que son una mujer. ¿Qué proporción de sus empleados cumplirán ambas condiciones de tener que jugar y estar para esa tarea? (Naturalmente la responsabilidad y la competencia son independientes de sexo).
- Estamos estudiando una nueva variedad de planta florífera con la que pretendemos conseguir híbridos con una cierta característica. Se han analizado ejemplares de sucesivas cosechas y se ha observado la presencia (S) o ausencia (NO) de la característica buscada.

	1ª cosecha	2ª cosecha	3ª cosecha	4ª cosecha	5ª cosecha
SI	99	130	161	245	473
NO	226	278	364	455	917
TOTAL	325	411	525	701	1390

Calcule la frecuencia relativa con la que aparece la característica buscada actualizando los datos de las sucesivas cosechas.
- En una baraja española se tienen figuras a las cartas As, Sota, Caballo y Rey. La baraja francesa, que en vez de 40 cartas tiene 52, las figuras son de 4, 10 y A.
- Calcule la probabilidad de sacar figura al extraer una carta en una baraja española y la de obtener figura en una baraja francesa.

- Un juego tenemos dos bolsas, cada una con 10 bolas entre blancas B, negra R y roja S. Bolsa 1: 7 B y 3 R. Bolsa 2: 1 B, 2 N y 7 R. Tiramos un dado. Si sale 1 o 2 extraemos una bola de la bolsa 1. Si sale 3, 4, 5 ó 6, extraemos una bola de la bolsa 2. Ganamos si al final sale bola roja, si no, perdemos. ¿Qué es más fácil, ganar o perder?

Figura 9: [1], pp. 224-225.

REVISTA

Aprendo jugando

Teoría y experimento

Asigna tú mismo la probabilidad

En el dado, en la moneda, en la ruleta... la selección de la situación nos conduce a un cálculo directo de la probabilidad según de los sucesos con independencia.


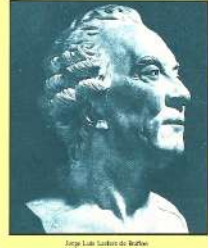
Sapés ahora que tienes una colección de chinchetas ligadas de colores bien sencillos y quieres calcular la probabilidad de que, al tirar una vez de ellas, se saque con el punto hacia arriba. Ahora se han simplificado que se saque.

La aguja de Buffon

A mediados del siglo XVIII un francés, Georges Louis Leclerc, conde de Buffon, tuvo la curiosa idea de estudiar la probabilidad de que, al lanzar una aguja de 2 centímetros de longitud sobre un papel con líneas paralelas separadas 4 centímetros, la aguja quedase tocando una línea.

$$P = \frac{2}{\pi} \approx 0,63662$$

¿Por qué no haces el experimento? Necesita que la aguja toque las líneas mayor o el número de tiradas es 200, 300...

¡Qué curioso!

La matemática de la herencia


Un fraile agustino austriaco, Gregor Mendel, inició a mediados del siglo XIX, el estudio de la herencia, lo genético, con sus famosos experimentos sobre el cruce de plantas con diferentes características. Su obra, *Las Matemáticas de la Herencia*, fue uno de las primeras aplicaciones importantes de la teoría de la probabilidad a las ciencias naturales.

Mendel usó una planta que presenta una variedad de flores rojas y otra de flores blancas. Al cruzarlas obtuvo una nueva variedad de flores de color rosa.

Cuando estas plantas de color rosa se cruzan entre sí aparecen tres clases de plantas: una con flores rojas, otra con flores blancas y otra con flores rosa. La proporción viene a ser: 25% rojas, 25% blancas y 50% de color rosa.

¿Cómo se explica? Se puede pensar que el color viene determinado por un par de genes. Cada gen puede ser de dos tipos diferentes que llamamos gen rojo, R, y gen blanco, B.

Cuando los dos genes son RR entonces la flor es roja. Si los dos son BB entonces la flor es de color rosa. Si son uno R y otro B entonces la flor es de color rosa.



Visualización propiamente: la planta del genoma

La planta más sencilla de su padre uno de sus genes correspondientes al color, el otro de su madre. Cada de los dos genes del padre y cada de los dos de la madre van a parar a la línea la determinan la muerte, el azul. Con esto se explica el fenómeno perfectamente.

En la primera generación las plantas que presentaban de una variedad que da siempre flores rojas se cruzan claramente por RR, las que dan siempre color blanco tienen genes BB. Es claro que las hijas van a ser RR un gen R y otro B. Así serán todas rojas.

Pero en la tercera generación las cosas son distintas. Los genes del padre y de la madre se pueden combinar, suponiendo que con igual probabilidad, así:

Madre \ Padre	B	R
R	RR	RR
B	RB	BR

Como ves las cosas son que las plantas de la tercera generación son RR o BB, plantas rosa, son dos veces más que los casos en que son RB, blancas, y también dos veces más que los casos en que son BR, rojas. Por otro parte el número de casos en que son BB es igual al de casos de RR.

¿Te atreves a completar qué proporción de plantas rojas, blancas y rosa se obtendrán al cruzar plantas rojas y plantas rosa? (50% rojas, 50% rosa, 0% blancas).

Figura 10: [1], pp. 240-241.

REVISTA

Juega, experimenta

Un experimento en clase

En clase somos 30. Vamos a hacer el siguiente experimento. Cada uno toma en una hoja de papel una raya con marcas como en el dibujo.

Cada uno coloca una bolita de papel arrugado en el 0. Lanzamos una moneda cada uno y todos al tiempo. Si sale cara, C, movemos el papecito a la derecha una unidad. Si sale cruz, X, el papecito se va a la izquierda.

Se trata ahora de estudiar los resultados que se obtienen. Antes de hacer cuidadosamente el experimento, piensa un poco en lo que se puede esperar que suceda. ¿Qué te parece? ¿Habrá alguna curva poblacional que quede al final en el 0? ¿Habrá más que se queden en el 5 que en el 1 o la inversa? ¿Se quedarán más en el tres o en el 17?

Observa que para llegar al 5 hace falta haber sacado CCCCC. Para alcanzar el 17 en el 3, ¿qué hay que obtener? Cuatro veces C y una vez X. ¿De qué modo puedes?

CCCCC CCCCX CCCCX CCCCX CCCCX CCCCX

Mira si hay otro modo de terminar en el 2. ¿Cuántos? (Recuerda las ideas de combinación: 3 maneras de terminar en el 3. 3 maneras para avanzar en el 1) ¿Qué se requiere todo esto que va pasando?

«Otras probabilidades»

Los anglosajones y las «ODDS»

En el mundo anglosajón, tal vez por la afición a las apuestas, es lugar de origen de la probabilidad de un suceso A, habiendo más o menos de los otros en favor de A, que se expresan en fracciones, pero estas fracciones son probabilidades, aunque de modo tal vez no muy adecuado, se llaman a favor de A. ¿Cómo se calculan las «odds»? Muy sencillo:

La función es, por tanto, una asignación a cada elemento del conjunto de valores de un número real. La letra f simboliza la asignación a cada elemento del conjunto de valores de un número real. Lo que es imposible es que a cada cosa se le asigne una sola cosa.

Expresión simbólica de una función

Las funciones que más nos van a interesar en matemáticas son aquellas que asignan a cada número de un cierto conjunto de números otro número. Son los famosos números. Es decir, el conjunto de definidos es un conjunto de números y el conjunto de valores es también un conjunto de números.

Así, si a cada número real x le asignamos su doble, es decir $2x$, los números expresados simbólicamente de varias maneras:

- $y = 2x$
- $f(x) = 2x$
- $y = f(x)$, o simplemente $f(x)$

La letra f simboliza la asignación a cada elemento del conjunto de valores de un número real. Lo que es imposible es que a cada cosa se le asigne una sola cosa.

Plantamientos al abordar las funciones

Las preguntas más interesantes sobre las funciones son:

- ¿Qué representación se les puede dar para hacernos una mejor idea de sus características y de su significado?
- ¿Qué tipos de funciones son las que más aparecen?
- ¿Para qué valores de la variable independiente resulta que la variable dependiente va creciendo o decreciendo...?
- ¿Cómo es el crecimiento de la función respecto, tanto, ¿cómo medimos el crecimiento?

¡Qué curioso!

En clase somos 30. ¿Sabes que la probabilidad de que haya al menos dos de nosotros con el mismo día de cumpleaños es mayor que 1/2?

La probabilidad es


$$1 - \frac{365 \times 364 \times \dots \times 337 \times 336}{365^{30}}$$

Comprueba que, en efecto, se verifica esta desigualdad.

Ejercicios

- En una bolsa hay 4 bolas amarillas y 6 verdes. Si sacamos dos bolas simultáneamente, ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean amarillas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sean las dos del mismo color?
- ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una sea amarilla?
- Calcula las «odds» en las apuestas anteriores.
- Dos jugadores de fracciones juegan un partido a 21 puntos. Cada al final de la partida, cuando el jugador A lleva 20 puntos a la breva, el jugador B lleva 18.

¿Cuál es la probabilidad de que para A y B de que para B? Suponemos que ambos jugadores van igualmente avanzados, es decir, que hacen la misma probabilidad de llevarse cada punto.




La medida de los chances es muy útil en el mundo de las apuestas. Se ve que los chances a favor de que mañana lluvia valen 3, entonces podría apostar 3 contra 2 (es decir, yo pongo 3 euros y me cobran 1 euro) a que llueve. La apuesta está entonces perdida. Es decir, los chances me perjudican la apuesta justa en cada caso.

Figura 11: [1], pp. 254-255.

Funciones

¿Qué son?

El modo del movimiento es función del tiempo de posición.

El espacio recorrido es función de la velocidad.

La presión atmosférica es función de la altura.

Las funciones semejantes, que pueden dar todos los días, forman bastante bien lo que es una función en matemáticas. Las de otro tipo, que:

- a cada posición del planeta le corresponde un precio del momento (cuando los precios igualan una de las condiciones que pueden influir).
- a cada velocidad corresponde un espacio recorrido (en un intervalo de tiempo determinado).
- a cada altura le corresponde una presión atmosférica.

A esta asignación se le llama **función**. El conjunto de elementos a los que se les asigna algo se llama el conjunto de **definidos** de la función. El conjunto de cosas a las que se les asigna algo se llama el conjunto de **valores** de la función.

La función es, por tanto, una asignación a cada elemento del conjunto de definidos de un número real. Lo que es imposible es que a cada cosa se le asigne una sola cosa.

Expresión simbólica de una función

Las funciones que más nos van a interesar en matemáticas son aquellas que asignan a cada número de un cierto conjunto de números otro número. Son los famosos números. Es decir, el conjunto de definidos es un conjunto de números y el conjunto de valores es también un conjunto de números.

Así, si a cada número real x le asignamos su doble, es decir $2x$, los números expresados simbólicamente de varias maneras:

- $y = 2x$
- $f(x) = 2x$
- $y = f(x)$, o simplemente $f(x)$

La letra f simboliza la asignación a cada elemento del conjunto de valores de un número real. Lo que es imposible es que a cada cosa se le asigne una sola cosa.

Plantamientos al abordar las funciones

Las preguntas más interesantes sobre las funciones son:

- ¿Qué representación se les puede dar para hacernos una mejor idea de sus características y de su significado?
- ¿Qué tipos de funciones son las que más aparecen?
- ¿Para qué valores de la variable independiente resulta que la variable dependiente va creciendo o decreciendo...?
- ¿Cómo es el crecimiento de la función respecto, tanto, ¿cómo medimos el crecimiento?

Historia

Desarrollo de la noción de función.

La noción actual de función comienza a gestarse en el siglo XVI cuando los filósofos escolásticos medievales comenzaron a preocuparse por el significado de ciertas magnitudes como la velocidad de un cuerpo en movimiento y la distancia de los puntos de los rumbos puros de un cuerpo móvil.

El personaje más influyente en este proceso inicial lo probablemente André Colson (1524-1582), en París, que llegó a ser decano de la Sorbona. Fue el primero en hacer una distinción de «variables» para representar magnitudes variables en el plano, señalando su vínculo de la variable independiente a la hora de una vez y de la dependiente a la hora de otra dependiente a la primera.

El instrumento para el estudio del cambio

La función se originó por el interés en el cambio.

Hay una variable natural que está constantemente cambiando, aumentando o decreciendo, y es el tiempo. Y a medida que el tiempo pasa sobre las cosas cambian.

Cuando el tiempo se hizo capaz de medir el cambio de la velocidad de modo que el tiempo pasado, al estar, cuando tiene un nivel subsecuente de cambio en el tiempo que es la cantidad total de movimiento y cuánto cambio las cosas o por lo menos algunas magnitudes de las cosas que se pueden a una medición adecuada.

El primero de todo lo sabe cómo se mueve un cuerpo que se mueve, se dice, se trata de explicar con números los diferentes tipos de movimiento (cuando se trata una piedra hacia arriba cuando se lanza o se lanza hacia abajo, como con una bala por un río más o menos turbulento, como tipo de río por un río, que es más estrecho en unos puntos que en otros...).



Galileo Galilei

Durante los siglos XVII y XIX el concepto de función se hizo el eje central de la matemática, sobre todo en el análisis matemático. Su estudio, a través del cálculo y sobre todo de las derivadas diferenciales, se hizo fundamentalmente indispensable para hacer entender todo el desarrollo científico y tecnológico, incluso creador de la física y luego en muchos otros campos.

Figura 12: [1], pp. 256-257.

Funciones

Imagina

Isaac Newton (1642-1727)

Cuando Isaac Newton nació en 1642, nadie hubiera sospechado que aquel niño se iba a convertir con el tiempo en uno de los genios científicos más grandes de todos los tiempos.

Nació prematuramente, estando todavía en su primer año de vida, y después de una infancia bastante pobre y en medio de una familia de campesinos que él mismo calificó, al crecer, cuando él mismo contaba diez años, lo castigó a su abuelo.

Desde prematuramente, estudiando matemáticas y física de una manera autodidacta por su propia cuenta, al crecer cuando él mismo contaba diez años, lo castigó a su abuelo.

En su infancia sus días los pasaba leyendo y estudiando, en su escuela, de hecho, cuando convino en un momento, pasó tiempo en otros lugares, en un colegio llamado a sí mismo, "la escuela de la Universidad de Cambridge, el Trinity College".

Al principio no destacó especialmente en nada, hasta que él mismo Isaac Newton, profesor de matemáticas, se le dio cuenta pronto al genio que Newton tenía dentro y, no solo se quedó mucho en su formación, sino que una vez que Newton recibió su título, se retiró de su puesto como profesor de Cambridge a fin de que Newton ocupara su lugar.

En esta forma, a los 26 años, Newton estaba ya plenamente establecido y en condiciones de investigar, para descubrir o inventar cosas nuevas de las que habían surgido en su mente en condiciones de aislamiento.

A los 30 años fue nombrado miembro de la Royal Society, la más alta distinción científica en Inglaterra. Poco después, sus amigos, Newton y otras personas habían recibido el mundo más que un pequeño parte de lo que le daba en su espíritu. Sus ideas sobre el cálculo fueron aparecidas en 1671 por primera vez, como la teoría de la gravitación no fue publicada hasta 1687 en su Principia Mathematica. La teoría resultó bastante sencilla y genial de su rango, ya de 16 años tenía un nivel entre los 25 y los 30 años.

En 1689 Newton dejó la Universidad de Cambridge para ocupar cargos importantes en la administración pública. Desde entonces, hasta su muerte, nunca volvió a publicar nada de importancia.

Resolveremos

En las próximas lecciones vamos a resolver numerosas situaciones que describen una función. Cada una responderá a la necesidad cotidiana de entender hechos reales concretos y obtener conclusiones sobre ellos.

Por ejemplo:

1. Cuando Nina se aleja en las calles para que la nieve se derrita y evitar el resbalón y accidentes.
2. Es económica la función que relaciona el precio de un producto con la cantidad del mismo que las constructoras están dispuestas a comprar, se llama curva de demanda.
3. Con una chapa rectangular queremos construir un depósito. ¿Cómo han de ser estas medidas para que el volumen del depósito sea máximo?

La función que relaciona el precio de un producto con la cantidad del mismo que las constructoras están dispuestas a comprar, se llama curva de demanda.

El punto de corte de ambas curvas es un punto de equilibrio al que se aproxima el mercado.

Las curvas de oferta y demanda de un determinado producto son:

$$y = 0,2x + 8$$

$$y = 1,2x - 4$$

Encuentra el punto de equilibrio del mercado.

Un campesino de ventas de trampolín aficionado a las matemáticas decide preparar para su próxima competición una serie de saltos parabólicos. Ayúdalo a encontrar las ecuaciones de sus parábolas:

- 1.º salto: Trampolín horizontalmente en el trampolín de 6 metros de altura, se lanza para alcanzar un punto situado de 6 metros del trampolín 12 m.
- 2.º salto: Toma impulso elevándose dos metros por encima del trampolín para alcanzar el agua a una distancia de 5 metros del trampolín.

258

259

Figura 13: [1], pp. 258-259.

Funciones usuales

Biografía

Dirichlet

Hoy nos parece fácil y natural llegar a la idea de función tal como se expone en estas lecciones. Pero bien, recién cuando se llega a los fundamentos de la teoría que debería ser el fundamento de la física, así como de la teoría de la probabilidad, se ve que la definición que nos viene a la mente en la vida cotidiana que a veces se dice "función" es un concepto que aparece a través de un conjunto de números, los valores que figuran en las etiquetas (conjunto de valores), también son números.

Como los números reales se pueden representar mediante longitudes, una función de estas se podrá representar gráficamente asignando a cada punto de un cierto conjunto de puntos de una línea en la que se ha fijado el 0 y un sentido positivo de la escala de definición, una parte situada por encima de él a una distancia igual a la del valor que indica su etiqueta (por debajo si este valor es negativo). Así, de un valor, puede hacerse una idea clara de proporción respecto de la función.

Contar sin contar

El principio del palomar

Uno de los generalistas de Dirichlet comenzó a hacer un pequeño estudio para obtener profundos resultados, en teoría de números, al siguiente principio, que se suele llamar principio de Dirichlet o principio del palomar.

Si una bandeja de 21 palomas se rellena por los 20 agujeros de un palomar, es seguro que al menos dos palomas se han metido por el mismo agujero.

¿Por qué será? Por ejemplo, para demostrar que en Madrid, en una semana, hay al menos 20 personas con exactamente el mismo número de pelo en su cabeza. Vamos: ninguno de los más de 4 millones de madrileños puede tener en su cabeza 200 000 pelos. Así, por el principio del palomar, con 100 000 personas, con 100 000 personas.

Como sabemos son los agujeros del palomar. Metemos varias palomas en el agujero que corresponde a la bandeja de pelos. Si por ninguno de los agujeros de un palomar se meten 20 palomas, entonces en el conjunto de todos los palomas, en total, menos de $20 \times 200\ 000 = 4$ millones de palomas.

Así por algún agujero se meten 20 palomas al menos, es decir, hay al menos 20 madrileños con exactamente el mismo número de pelo.

En la semana siguiente de Dirichlet es el siguiente que: Dada la sucesión de $2n + 1$ números naturales cuyo máximo común divisor es 1, entonces en la sucesión de números:

$$a, a + b, a + 2b, a + 3b, \dots, a + nb, \dots$$

Hay algunos números primos.

276

277

Figura 14: [1], pp. 276-277.

REVISTA

Funciones cotidianas

¿Por qué es tan importante la función lineal, es decir, la recta?

- La longitud que un resorte se alarga es proporcional a la fuerza que se hace para alargarlo; es decir, a cuánto fuerza debe desplazarse...
- El precio del viaje en tren suele ser proporcional a la distancia recorrida.




En la naturaleza hay multitud de funciones que se comparan de esta misma manera. El objeto es proporcional a la causa. Estudiamos el interés económico por la función lineal y por su representación gráfica, la recta.

Sin embargo, como verás en el tema siguiente, no todo es lineal en la naturaleza. Aparecen así formas matemáticas funciones más complejas que también se pueden estudiar matemáticamente.

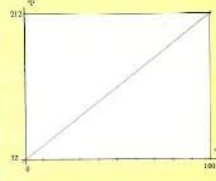
• El dinero que tienes que pagar a un Banco por el dinero que te han prestado es proporcional a la cantidad de dinero. También es proporcional al tiempo durante el que te lo prestan. Así, es proporcional al producto de capital prestado por el tiempo.

• El peso de un cable es proporcional a la longitud del cable.

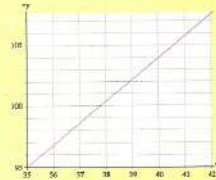
306

Comparando temperaturas

Para hacer cómodamente las traducciones te puedes hacer una gráfica:



¿A qué medida la vida mejor esta esta gráfica para traducir temperaturas entre 32°C y 42°C?



Si vas una temporada por los Estados Unidos tendrás que acostumbrarte a medir temperatura de forma distinta. Si el médico te dice que tienes una temperatura de 102 grados... ¡tranquila!, no está herido.

El agua hierve a 212° Fahrenheit y el hielo se funde a 32° Fahrenheit. Por lo mismo, la escala Fahrenheit está también dividida en grados iguales. ¡Jajajaja nada! Con esto nos podemos arreglar bien para traducir:

$$100^{\circ}\text{C} \rightarrow 212^{\circ}\text{F}$$

$$100^{\circ}\text{C} \rightarrow 212^{\circ}\text{F}$$

Así la variación de 100 grados en nuestra escala, corresponden 180 de variación en la escala Fahrenheit y 36,5 grados de nuestra escala corresponden:


$$\frac{36,5 \cdot 180}{100} = 36,5 \cdot 1,8 = 65,7$$

De este modo la temperatura normal de nuestro cuerpo, de 36,5°C, corresponde a $32 + 65,7 = 97,7^{\circ}\text{F}$.

¿Qué temperatura en grados C° corresponde a 102°F?

Es fácil ver que, en general, $F = 32 + 1,8C$ y $C = (F - 32) / 1,8$.

Como ves, por ejemplo, a 39°C corresponde 102,2°F.



307

Figura 15: [1], pp. 306-307.

REVISTA

Biografía

Galileo

El gran libro de la naturaleza permanece siempre abierto a sus nuevos ojos y la voluntad libremente se encarna en él... Pero no lo profano por un haber apropiado antes el lenguaje y los caracteres en los que está escrito... Así ocurre en lenguaje matemático y los caracteres son triángulos, círculos y otros figuras geométricas...

Estas son las palabras de Galileo que seclan un estilo de pensamiento matemático abstracto del que hasta se



Galileo nació en Pisa en 1564. Hijo de un músico, y recibió su primera educación en un monasterio cercano a Florencia.

A los 17 años ingresó en la Universidad de Padua donde, según se cuenta, observó en la catedral por primera vez cómo el período de oscilación de una lámpara que colgaba de su bóveda era independiente de la amplitud de su oscilación.

Aunque había sido enviado a la universidad para estudiar medicina, esas y otras observaciones despertaron la decidida e insuperable pasión por las matemáticas. A los 25 años fue nombrado profesor de matemáticas en la Universidad de Padua, donde comenzó a enseñar sobre mecánica y sobre el movimiento de los cuerpos. En 1582, y con 20 años, fue nombrado profesor en Bologna, donde llevó a cabo, a lo largo de 18 años, la parte más importante de su obra, plasmada en 1632 en el libro *Diálogo sobre los dos mundos del mundo*.

Sus descubrimientos astronómicos fueron importantes, siendo el el primero en hacer del telescopio, recién inventado, un instrumento útil para la observación astronómica.

Pero su contribución más interesante fue la de establecer el mito, a partir de teorías nuevas como, entre ellas, en particular la relatividad, y los matemáticos que hasta entonces se habían considerado como ciencias separadas.

322

¿Un capricho de matemáticos ociosos?

• El área de un triángulo es proporcional al cuadrado del radio.

• Cuando una piedra cae desde un determinado punto, la distancia recorrida es proporcional al cuadrado del tiempo de caída.

• El volumen de una esfera es proporcional al cubo del radio.



Galileo murió en 1642, el mismo año del nacimiento de Newton, o quizá el del centro efectivo para la formulación de la mecánica, que fue llevada a cabo en 1687 con la publicación de los Principia Mathematica.

• La inclinación entre dos planetas es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos.



• Como tendras ocasión de ver más adelante, el trinar de oscilar las órbitas de los planetas, el movimiento de una péndulo al ser lanzado en ángulo y otros muchos fenómenos similares, aparecen de modo natural en las ecuaciones como las que nos vimos en este tema.



Las publicaciones no consistían en un capricho superficial de los matemáticos, sino que están fundamentadas por el interés en estudiar estos y otros fenómenos semejantes desde el punto de vista experimental.

323

Figura 16: [1], pp. 322-323.

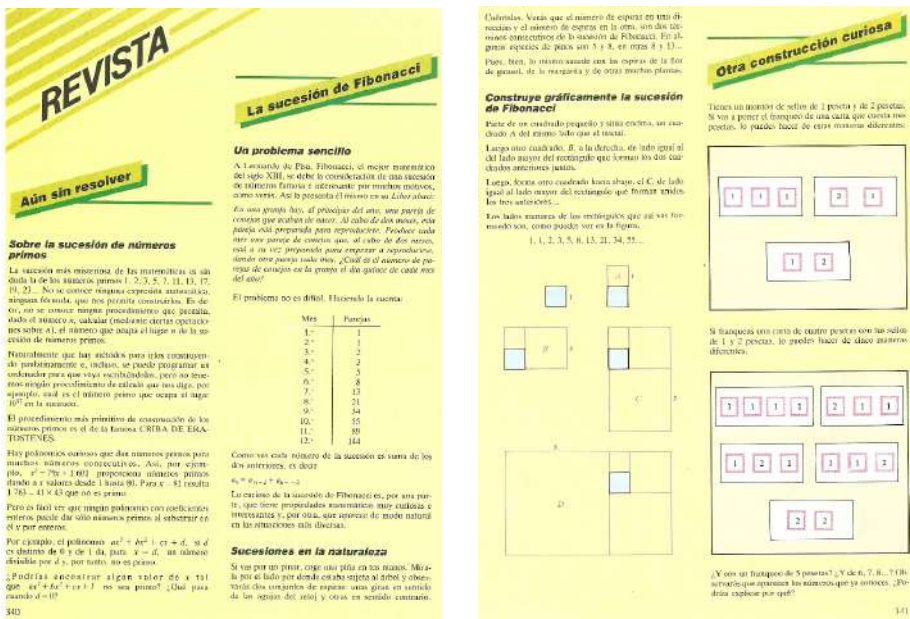


Figura 19: [1], pp. 340-341.

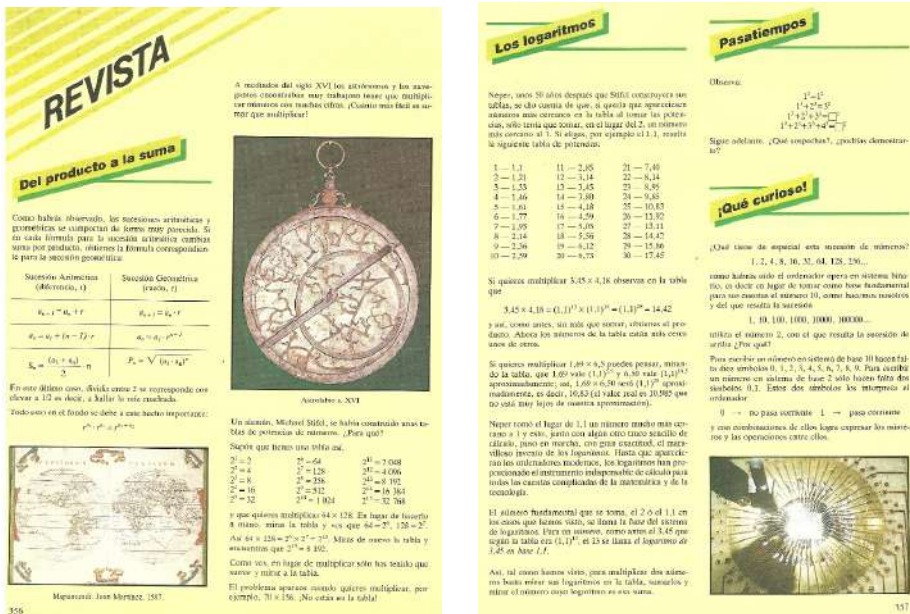


Figura 20: [1], pp. 356-357.

Tal como fizemos no número anterior, terminamos novamente com uma última referência a alguns dos *cartoons* bem-dispostos e humorísticos que ponteiavam todo este manual e que, como referimos na altura, tornam este manual muito leve e agradável de se utilizar.



En un centro escolar se practican los siguientes deportes: fútbol, baloncesto, balonmano, gimnasia, atletismo y ajedrez.

Se ha hecho una encuesta entre todos los alumnos de bachillerato en la que se les pregunta: ¿Cuál de estos deportes practicas con más frecuencia?

Los resultados se presentan en esta tabla:

	1.º curso		2.º curso		3.º curso	
	♂	♀	♂	♀	♂	♀
F	12	0	13	0	8	0
Bc	10	10	9	10	6	14
Bm	3	4	5	2	0	?
G	2	1	1	2	0	2
At	9	5	8	5	8	7
Aj	4	1	4	2	4	0
Ninguno	20	19	10	19	4	10

♂ chicos ♀ chicas

Para leer una tabla estadística como ésta es preciso conocer el significado de cada número escrito en ella.

En este caso, el número de cada casilla engloba tres conceptos: curso, sexo y deporte preferido. Así, el 12 de la primera casilla, significa el número de chicos de primer curso que practican, preferentemente, el fútbol.

Un nadador, durante los seis primeros días de la temporada, se somete al siguiente entrenamiento:

11 largos de piscina el primer día, 14 largos el segundo, 17, 20, 23 y 26 largos respectivamente los días sucesivos.

¿Cuántos largos ha hecho al cabo de los 6 días?

La respuesta es sencilla:

$$11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 26 = 111$$

Sumar seis sumandos tan sencillos no ha supuesto ningún problema.

Pero imaginemos que el sufrido nadador siguiera, día tras día, aumentando, en 3 largos, su dosis de entrenamiento diario. ¿Cuántos largos habría hecho al cabo de 20 días, 30 días, ... 100 días, ... n días?

Vendría bien tener una fórmula cómoda para ahorrarnos esas larguísimas sumas.



AQUILES Y LA TORTUGA

Aquiles es un héroe troyano de la mitología griega.

Para hacerlo invulnerable su madre, recién nacida, lo sumergió en el río Estigio, sujetándolo de un talón, por lo que éste fue el único lugar de su cuerpo en el que se le podía herir.

Además de por esto, Aquiles era famoso por su velocidad corriendo. Por eso el filósofo griego Zenón se valió de él para construir su célebre paradoja:

«Aquiles, que está en A, corre para alcanzar a una tortuga, que está en B. Cuando Aquiles llega a B la tortuga ya ha avanzado hasta C. Cuando Aquiles llega a C, la tortuga ha avanzado de nuevo; y así sucesivamente.»



Como siempre que Aquiles llega a donde estaba la tortuga, ésta ya ha avanzado algo, Aquiles nunca la alcanzará —acaba diciendo Zenón.



Como ya sabes, si un banco ofrece unos intereses anuales del 10 %, significa que por cada 100 PTA que depositemos en él, al cabo del año, te pagará 10 pesetas.

Sabiendo esto, ¿qué diferencia fundamental encuentras en los planteamientos de los dos problemas siguientes?

Problema 1

Depositamos 1 000 pesetas durante 5 años en un banco que da unos intereses anuales del 10 %. Cada año vamos a recoger los intereses producidos. ¿En cuánto dinero se han convertido las 1 000 pesetas?

Problema 2

Depositamos 1 000 pesetas en un banco que da unos intereses anuales del 10 %. Al cabo de 5 años vamos a recoger los intereses. ¿En cuánto se han convertido las 1 000 pesetas?



Figura 21: [1], pp. 181, 336, 347 e 350 (excertos).

Agradecimento

Este trabalho foi financiado pelo CIDMA-Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações e pela FCT-Fundação para a Ciência e Tecnologia, no âmbito dos projectos UIDB/04106/2020 e UIDP/04106/2020.

Referências

- [1] Miguel Guzmán, José Colera, Adela Salvador. *Matemáticas (Bachillerato 1)*, Anaya, Barcelona (Espanha), 1987.
- [2] Hélder Pinto, Ângelo Silva. “Problemas dos Nossos Avós (12)”, *Jornal das Primeiras Matemáticas*, 14, pp. 5–18, 2020.

