

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

Jornal das Primeiras

MATEMÁTICAS



QUADRADO



CÍRCULO



TRIÂNGULO
ISÓSCELES



RETÂNGULO



HEXÁGONO



ELIPSE



PENTÁGONO

Número 10
Setembro 2018

aeme
ASSOCIAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ELEMENTAR



Ludus

ESCOLHA, CONSTRUÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS ESTATÍSTICOS POR FUTUROS PROFESSORES DOS PRIMEIROS ANOS

José António Fernandes, Pedro Palhares

Universidade do Minho – Instituto de Educação

jfernandes@ie.uminho.pt, palhares@ie.uminho.pt

Resumo: *Com a introdução da Estatística nos primeiros anos escolares importa desenvolver a formação dos professores que ensinam esse tema no 1.º e/ou 2.º ciclo do ensino básico. No presente estudo analisaram-se gráficos produzidos por futuros professores dos primeiros anos no âmbito da realização de projetos de natureza investigativa. Dessa análise, salientam-se dificuldades em relação à adequação do tipo de gráfico selecionado, à construção do gráfico ou a uma interpretação do gráfico mais centrada na leitura da informação explícita do que na interpretação. Donde, estes resultados apontam para a necessidade de aprofundar o conhecimento sobre gráficos destes futuros professores.*

Palavras-chave: gráficos estatísticos; seleção, construção e interpretação; futuros professores dos primeiros anos.

Introdução

Com a introdução das Probabilidades e da Estatística nos programas escolares, desde os primeiros anos escolares até ao final do ensino secundário, requer-se que os respetivos professores destes níveis de escolaridade desenvolvam uma formação adequada às exigências de um ensino de qualidade.

No caso dos professores dos primeiros anos, eles terão de lecionar os conteúdos do tema Organização e Tratamento de Dados contemplados no 1.º e/ou 2.º ciclo do ensino básico, que atualmente integra apenas conteúdos de Estatística [7].

Mais concretamente, no 1.º ciclo estudam-se frequências e tabelas de frequências (absolutas, relativas e percentagem), gráficos (gráficos de pontos, pictogramas, gráficos de barras, diagramas de caule-e-folhas) e estatísticas (moda, máximo, mínimo, amplitude); enquanto no 2.º ciclo se estudam gráficos (gráficos de linhas e gráficos circulares), estatísticas (média), população e unidade estatística e variáveis quantitativas e qualitativas.

Constatamos, assim, que os gráficos, que são objeto de estudo neste trabalho, estão muito presentes no ensino dos dois primeiros ciclos do ensino básico, quer ao nível da variedade de tipos de gráficos, quer pelo facto de estarem presentes em todos os anos escolares. Deste modo, tratando-se de um tema importante do currículo de Estatística, seguidamente iremos referir-nos a três aspetos a considerar no estudo dos gráficos estatísticos: a escolha do gráfico para representar os dados; a construção do gráfico e a leitura e interpretação do gráfico.

A escolha do gráfico para representar os dados é um aspeto crítico no estudo dos gráficos pois a seleção de um gráfico não adequado à situação em estudo, naturalmente, comprometerá as outras duas etapas, a construção do gráfico e a leitura e interpretação do gráfico. Este aspeto é característico da exploração de tarefas mais abertas, de tarefas de aplicação ou de projetos investigativos. No caso dos projetos investigativos, Batanero, Díaz, Contreras e Arteaga [1] referem que a exploração deste tipo de tarefas é muito valorizada atualmente na medida em que aumenta a motivação dos alunos e releva o contexto e a sua natureza realista.

Na seleção de um gráfico adequado para a representação dos dados desempenha um papel decisivo o tipo de variável estatística em estudo. Por exemplo, se tivermos dados de uma variável qualitativa ou quantitativa discreta recorreremos a um gráfico de barras ou a um gráfico circular, sendo que no caso do gráfico circular ele não é aconselhável quando a variável estatística tem um elevado número de valores ou frequências desses valores próximas de zero, pois, nesse caso, torna-se difícil a leitura e interpretação do gráfico. Numa variável quantitativa discreta usamos um gráfico de linhas quando ela é de natureza cronológica, recorreremos a um diagrama de extremos e quartis quando os dados apresentam uma considerável variabilidade e a um diagrama de caule-e-folhas quando os dados apresentam uma considerável variabilidade e se podem estabelecer diferentes caules. Já perante uma variável estatística contínua, devemos recorrer a um histograma.

Morais e Fernandes [8] e Fernandes, Morais e Lacaz [5] verificaram que os alunos do 9.º ano de escolaridade revelaram muitas dificuldades na escolha dos gráficos adequados para a representação dos dados. Nos três itens propostos aos alunos, verificou-se um melhor desempenho no item que envolvia a representação gráfica de uma variável quantitativa discreta, seguindo-se o item em que se pedia a representação gráfica para comparar os valores da variável anterior segundo as categorias género masculino e feminino e, por último, um desempenho muito fraco no item em que se requeria a representação gráfica de uma variável quantitativa contínua.

Uma vez selecionado o tipo de gráfico, a etapa seguinte consiste em construí-lo. Para Friel, Curcio e Bright [6], um gráfico é constituído por quatro elementos: a dimensão visual do gráfico, designada por *especificadores*, usada para representar os valores dos dados, como por exemplo as barras num gráfico de barras; as *etiquetas*, que designam os nomes que se dá a cada um dos elementos dos *especificadores*, tal como a barra de um gráfico de barras; o *título* do gráfico,

que pode ser considerado um tipo de etiqueta; e, ainda, o *fundo* do gráfico, que pode incluir qualquer coloração, rede e fotos sobre os quais o gráfico pode ser sobreposto. Para estes autores, para além destes quatro elementos, cada tipo de gráfico está associado à sua própria linguagem, permitindo, desta forma, que se discuta sobre os dados nele apresentados.

No estudo de Fernandes et al. [5], em relação aos gráficos construídos pelos alunos, destacou-se claramente a utilização do gráfico de barras simples. Quando este gráfico era adequado para representar a variável, verificou-se uma elevada percentagem de respostas corretas ou parcialmente corretas; quando este gráfico não era apropriado para representar a variável, verificou-se uma redução das respostas corretas e parcialmente corretas. Esta redução foi particularmente drástica no caso que envolvia a construção de um histograma. Neste item pouco menos de metade dos alunos não responderam e os restantes contruíram gráficos de barras, gráficos circulares, gráficos de linhas e gráficos cartesianos.

Além da escolha de um gráfico não adequado para representar os dados, os gráficos contruídos pelos alunos também apresentavam várias falhas que são documentadas na literatura (e.g., [4] e [9]), designadamente a ausência de título e de rótulos nos eixos, o estabelecimento de escalas não adequadas e a falta de rigor na construção do gráfico. Para Friel et al. [6] esses aspetos, que eles designam por estrutura do gráfico, são importantes pois dão-nos informação sobre o tipo de medições que estão a ser utilizadas e os dados que estão a ser medidos.

Por último, construído o gráfico que representa os dados, importa saber lê-lo e interpretá-lo. Curcio [2] distingue três níveis de compreensão de um gráfico: no primeiro, *ler os dados*, requer-se que o leitor faça uma leitura literal do gráfico, que se realiza através da leitura dos factos que nele estão representados; no segundo, *ler entre os dados*, o aluno deve combinar e integrar a informação e identificar relações matemáticas através de algum conhecimento prévio sobre o assunto tratado no gráfico; e no terceiro, *ler além dos dados*, pressupõe-se que o aluno, ao ler a informação do gráfico, infira a informação total e tenha um conhecimento prévio aprofundado sobre o assunto referente aos dados do gráfico.

Segundo Friel et al. [6], os alunos têm poucas dificuldades no primeiro nível. No entanto, quando se deparam com questões do segundo e terceiro níveis verifica-se que cometem erros, que podem estar relacionados com os conhecimentos matemáticos ou com a própria leitura e linguagem dos gráficos, referindo que os alunos devem fazer inferências a partir da representação do gráfico com a finalidade de interpretar os dados.

No estudo de Fernandes e Morais [3], sobre a leitura e interpretação de gráficos por alunos do 9.º ano, verificou-se que o desempenho dos alunos se distinguiu claramente no nível *ler os dados*, em que a grande maioria dos alunos foram capazes de responder corretamente, e nos níveis *ler entre os dados* e *ler além dos dados* apenas cerca de $\frac{1}{3}$ dos alunos ou menos foram capazes de responder corretamente.

Enquanto nesta secção se apresentaram estudos em que se exemplifica o desempenho de alunos no tema gráficos estatísticos, na próxima secção apresentam-se e analisam-se exemplos de gráficos elaborados por futuros professores dos primeiros anos nesse mesmo tema.

Exploração de gráficos estatísticos por futuros professores

Os futuros professores dos primeiros anos encontravam-se a frequentar a unidade curricular de Probabilidades e Estatística, integrada no 2.º ano da Licenciatura em Educação Básica de uma Universidade. No âmbito da avaliação, os futuros professores, organizados em pequenos grupos, realizaram projetos de natureza investigativa. Ora, neste tipo de tarefa, os futuros professores tiveram de escolher os métodos estatísticos a usar na análise estatística, que no presente estudo se circunscreve ao tipo de gráfico a aplicar. Depois de decidido o tipo de gráfico estatístico, esperava-se que o grupo construísse o gráfico, podendo para tal recorrer a uma folha de cálculo, e o interpretasse.

Seguidamente são apresentados vários exemplos de gráficos extraídos dos relatórios dos trabalhos de grupo que ilustram o desempenho dos futuros professores no conteúdo gráficos.

Exemplo 1

Na Figura 1 regista-se o gráfico construído pelo Grupo 1 para representar os dados referentes ao número de horas dedicados ao estudo pelos alunos do 6.º ano de uma escola.

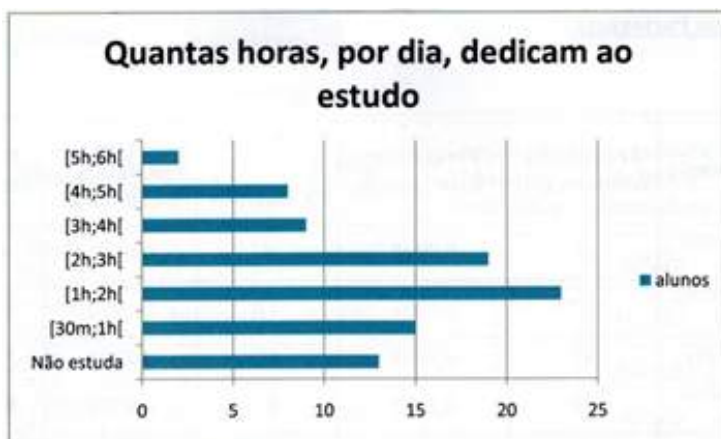


Figura 1: Gráfico usado pelo Grupo 1 para representar os dados.

Observa-se que a escolha efetuada pelo Grupo 1 não é adequada pois, tratando-se de uma variável quantitativa contínua, o gráfico adequado seria o histograma e não o gráfico de barras, como considerou o Grupo 1. Embora o grupo tenha

definido intervalos de classe, com uma classe de amplitude distinta das restantes, a classe $[30m, 1h[$, tal não levou o grupo a decidir-se pelo histograma, que é um tipo de gráfico que envolve intervalos de classe. Adicionalmente, além da escolha errada do tipo de gráfico, observa-se também que no gráfico se omitem as etiquetas de ambos os eixos.

Neste exemplo, o grupo não apresentou quaisquer conclusões a partir da leitura e interpretação do gráfico construído.

Exemplo 2

Na Figura 2 apresenta-se o gráfico construído pelo Grupo 2 para representar a frequência com que crianças consomem *fast food*.



Figura 2: Gráfico usado pelo Grupo 2 para representar os dados.

Tratando-se de uma variável qualitativa ordinal, conclui-se que o gráfico de barras que foi escolhido pelo Grupo 2 é adequado à situação. Contudo, as categorias “mais que uma vez por semana” e “pelo menos duas vezes por semana” não são disjuntas, além de que se omitem as etiquetas dos eixos e a legenda é desnecessária.

A seguir, o Grupo 2 fez uma análise do gráfico, antes construído, nos seguintes termos:

Verificamos que houve um maior número de alunos a assumir que come *fast food* “uma vez por mês” (7 alunos); 4 alunos responderam que comem *fast food* “mais que uma vez por semana”; 5 comem “uma vez por semana” e 4 comem “pelo menos duas vezes por semana”.

Em termos da análise do gráfico, verifica-se que os alunos do grupo repetem informação que está explícita no gráfico, o que significa que eles fazem uma leitura e interpretação do gráfico ao nível 1 [2], que é o nível mais baixo de compreensão do gráfico.

Exemplo 3

Nos dois gráficos da Figura 3 representam-se os níveis obtidos pelos alunos de uma turma do 4.º ano nas disciplinas de Matemática e Língua Portuguesa segundo o género.

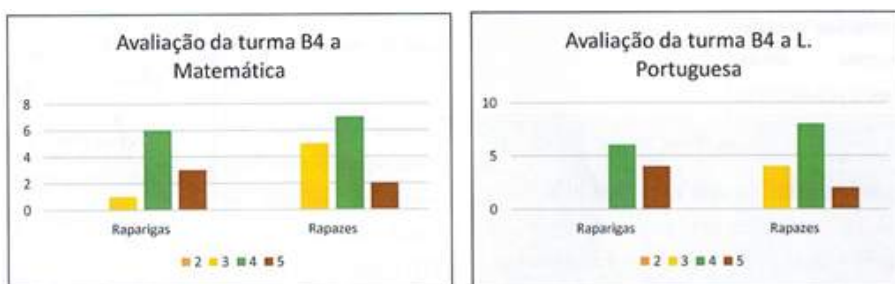


Figura 3: Gráficos usado pelo Grupo 3 para representar os dados.

Tratando-se de uma variável quantitativa discreta, conclui-se que o gráfico de barras é um tipo de gráfico adequado para representar as classificações obtidas pelos alunos. Contudo, já a construção de dois gráficos de barras separados não é uma representação gráfica adequada para comparar os níveis obtidos em cada disciplina segundo a variável género. Neste caso, o recurso a um gráfico de barras agrupadas ou empilhadas permitiria uma comparação mais imediata entre os níveis obtidos pelas raparigas e pelos rapazes. Além disso, seria mais adequado considerar na legenda do gráfico os valores da variável género e no eixo horizontal os níveis de classificação.

Uma vez construídos os gráficos, o Grupo 3 fez a seguinte análise desses gráficos:

Na turma B4 não se registaram notas negativas em nenhuma das duas disciplinas. Relativamente à disciplina de matemática, 3 das 10 raparigas obtiveram a nota 5, e apenas 2 em 14 rapazes obtiveram esta mesma classificação. No que diz respeito à disciplina de língua portuguesa, as raparigas apenas obtiveram classificações de 4 e 5, sendo que 4 das 10 raparigas e apenas 2 dos 14 rapazes obtiveram a classificação de 5. Podemos assim concluir que, de forma geral, nesta turma, as raparigas alcançaram melhores resultados.

Em termos de leitura e interpretação dos gráficos, verifica-se a coexistência dos dois primeiros níveis de Curcio [2]: o nível de *ler os dados* explícitos no gráfico, que corresponde ao primeiro nível, e o nível de *ler entre os dados*, que corresponde ao segundo nível e implica alguma transformação ou sínteses dos dados. O segundo nível acontece quando os alunos do grupo afirmam que não existem notas negativas, que as raparigas alcançaram melhores resultados e quando se efetuam comparações com o número de alunos de um dos géneros. Em qualquer caso, estas conclusões não podem ser obtidas diretamente dos gráficos, antes requer-se uma análise global do gráfico, com alguma combinação e integração de informação explícita no gráfico.

Exemplo 4

Na Figura 4 apresentam-se dois tipos distintos de gráficos para representar a disciplina preferida dos alunos de uma turma do 4.º ano, especificamente um gráfico de barras e um gráfico de linhas.



Figura 4: Gráfico usado pelo Grupo 4 para representar os dados.

Sendo a variável em estudo a “disciplina preferida dos alunos”, do tipo qualitativa nominal, conclui-se que o gráfico de barras é adequado para a representação dos dados, mas o gráfico de linhas não é apropriado pois não se pode estabelecer uma ordem entre os valores da variável. Além disso, também está ausente qualquer sequência cronológica, que é um atributo associado a este tipo de gráficos.

Em termos da análise dos gráficos, o grupo referiu o seguinte:

Por observação ao gráfico 6 constatamos que a disciplina favorita na turma do 4.º ano é também a Educação Física [tinham estudado antes uma turma do 3.º ano]. Dos alunos do 4.º ano, 43% dos alunos preferem a disciplina de Educação Física, sendo esta a moda na turma em questão. Contudo, pode-se salientar que existe maior diversidade no que respeita à preferência de disciplina entre a turma do 4.º e do 3.º ano.

As duas conclusões do grupo, referência à moda e à diversidade dos dados, requerem uma análise global dos gráficos, podendo então dizer-se que se trata de uma interpretação ao nível de *ler entre os dados*, que é o segundo nível de Curcio [2]. Já a referência à percentagem de alunos que preferem a disciplina de Educação Física corresponde ao primeiro nível de Curcio [2], que significa *ler os dados* explícitos no gráfico.

Exemplo 5

Na Figura 5 representa-se, através de um diagrama de extremos e quartis, os dados referentes aos pesos dos alunos de uma turma do 6.º ano.

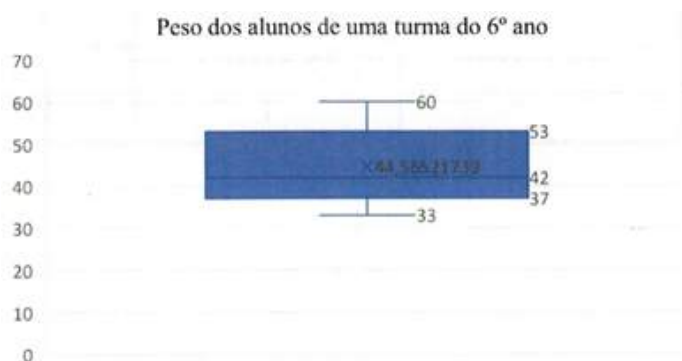


Figura 5: Gráfico usado pelo Grupo 5 para representar a variável estatística.

Ora, sendo a variável “peso do aluno” uma variável quantitativa com valores pouco repetidos, é adequado recorrer a um diagrama de extremos e quartis para representar os dados, tal como os alunos do grupo fizeram.

Depois de construído o diagrama, em termos da análise do diagrama de extremos e quartis, o grupo referiu que:

Observamos que a “caixa de bigodes” é definida pelos quartis ($Q_1 = 37$; $Q_2 = M_e = 42$ e $Q_3 = 53$) e os bigodes pelos valores mínimo (33 kg) e máximo (60 kg).

Portanto, na sua análise, o grupo referiu-se aos valores explícitos no diagrama de extremos e quartis, tratando-se, por isso, de uma leitura do diagrama de extremos e quartis ao nível *ler os dados*. Embora este tipo de gráfico permita avaliar aspetos diversos dos dados, como sejam o centro, a dispersão e a simetria, o grupo não se referiu a qualquer deles, ficando-se por uma análise mais superficial dos dados.

Conclusão e implicação

A atividade de construir, ler e interpretar gráficos estatísticos no contexto da realização de projetos de natureza investigativa reveste-se de uma grande relevância, conforme se constata na literatura [1] e pelo facto de que essa atividade envolve os vários aspetos do estudo dos gráficos. Nestes projetos, é necessário seleccionar o tipo de gráfico a utilizar, contruí-lo e lê-lo e interpretá-lo.

A partir dos exemplos apresentados na secção anterior, conclui-se que os futuros professores revelaram dificuldades na escolha do gráfico apropriado para representar os dados e também na sua construção, principalmente ao omitirem o título e as designações dos eixos. Já as dificuldades relativas ao estabelecimento da escala e ao rigor do gráfico, observadas por Espinel et al. [4] e Ruiz et al. [9], não se verificaram neste estudo, o que se explica pelo facto de os futuros professores terem usado uma folha de cálculo para construir os gráficos.

Uma vez construídos os gráficos, os futuros professores deviam analisá-los para extrair conclusões acerca da situação em estudo, o que nem sempre aconteceu. Quando aconteceu, verificou-se que os futuros professores repetiram informação explícita dos gráficos, significando que a sua análise se situou ao nível de *ler os dados*. Outras vezes, os futuros professores efetuaram análises globais dos gráficos, sintetizando-as de seguida, significando que a sua análise se realizou ao nível de *ler entre os dados*. Assim, conclui-se que os futuros professores analisaram os gráficos segundo os dois primeiros níveis de Curcio [2], mais frequentemente no primeiro nível, e não recorreram ao terceiro nível, *ler para além dos dados*.

Os resultados da análise dos gráficos escolhidos, produzidos e interpretados pelos futuros professores mostram que eles necessitam de aprofundar os seus conhecimentos sobre gráficos estatísticos, até porque eles revelaram dificuldades em tipos de gráficos que terão de ensinar futuramente aos seus alunos, como sejam os gráficos de barras, os gráficos de barras agrupadas ou empilhadas e os gráficos de linhas.

Referências

- [1] Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M., Arteaga, P. “Enseñanza de la Estadística a través de proyectos”, em Batanero, Díaz, C. (Eds.), *Estadística con Proyectos*, Granada: Universidade de Granada, 9–46, 2011.
- [2] Curcio, F. R. *Developing graph comprehension: elementary and middle school activities*, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.
- [3] Fernandes, J. A., Morais, P. C. “Leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade”, *Educação Matemática Pesquisa*, 13(1), 95–115, 2011.
- [4] Espinel, M. C., González, M. T., Bruno, A., Pinto, J. “Las gráficas estadísticas”, em L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica*, Málaga: Gráficas San Pancrancio, 133–155, 2009.
- [5] Fernandes, J. A., Morais, P. C., Lacaz, T. V. S. “Representação de dados através de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade”, *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, 26–30, Junho, 2011.
- [6] Friel, S., Curcio, F., Bright, G. “Making Sense of Graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications”, *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124–158, 2001.
- [7] MEC. *Programa de Matemática para o Ensino Básico*, Lisboa: Ministério da Educação e Ciência, 2013.

- [8] Morais, P. C., Fernandes, J. A. “Realização de duas tarefas sobre construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano”, *Actas do XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática (XXII SIEM)*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2011.
- [9] Ruiz, B., Arteaga, P., Batanero, C. “Competencias de futuros profesores en la comparación de datos”, em L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica*, Málaga: Gráficas San Pancrácio, 57–74, 2009.