

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

Jornal das Primeiras

MATEMÁTICAS



QUADRADO



CÍRCULO



TRIÂNGULO
ISÓCELES



RETÂNGULO



HEXÁGONO



ELIPSE



PENTÁGONO

Número 16
Junho, 2021



Ludus

Temas da Matemática Elementar

À DESCOBERTA DE PADRÕES NA EDUCAÇÃO PRÉ-ESCOLAR

Alda Carvalho, Carlos Santos, Ricardo Cunha Teixeira

ISEL-IPL & CEMAPRE, ISEL-IPL & CEAPEL, NICA-UAc & FCT-UAc

alda.carvalho@isel.pt, carlos.santos@isel.pt, ricardo.ec.teixeira@uac.pt

Resumo: *Este artigo apresenta um leque fundamentado de ideias-chave sobre a exploração de padrões na Educação Pré-Escolar. Trata-se de um documento de apoio para os profissionais que estão “no terreno” (educadores, auxiliares, entre outros) e uma fonte de consulta para pais, encarregados de educação e todos aqueles que se interessam por estratégias de incentivo à descoberta da Matemática junto de crianças em idade pré-escolar. O texto tem duas secções essenciais: uma primeira secção apresenta uma categorização dos padrões adequados a explorar na Educação Pré-Escolar (padrões de repetição, padrões progressivos e padrões com simetrias); uma segunda secção apresenta algumas explorações típicas, hierarquizando graus de dificuldade e analisando reações frequentes de crianças nesta faixa etária.*

Palavras-chave: Padrões de repetição, padrões progressivos ou de crescimento, padrões com simetrias, pensamento lógico-matemático, cognição infantil, Educação Pré-Escolar.

Introdução

Não é fácil definir o conceito de *padrão*, uma vez que esta palavra pode assumir diferentes significados. Em Matemática, a ideia de padrão aplica-se a situações em que se pode encontrar numa determinada configuração algum tipo de lógica, ou seja, alguma regularidade passível de uma definição precisa. Assim, importa explorar situações em que a criança é conduzida a encontrar um padrão, ou seja, uma regularidade na configuração analisada. Em termos matemáticos, podemos dizer que a possibilidade de identificação de um padrão surge em oposição ao caos absoluto [7].

O ser humano tende a interpretar as experiências como um todo organizado e não como um conjunto caótico de elementos isolados, servindo essa interpretação para uma melhor compreensão daquilo que o rodeia, para resolver problemas e para fazer previsões. Em todas as áreas, parece que o ser humano se sente

atraído pela descoberta de regularidades e padrões. Em particular, foi capaz de criar a Matemática que leva à procura, descrição e compreensão de regularidades a um ponto tal que a faz uma das realizações humanas mais bem sucedidas. Há mesmo quem descreva a Matemática como a Ciência dos Padrões [2, 10, 15, 16]. Desde logo porque surgem, com frequência, padrões em conceitos numéricos e geométricos [11]. Contudo, numa visão mais ampla, os padrões a explorar

tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou não. Podem emergir do mundo que nos rodeia, das profundidades do espaço e do tempo ou dos debates internos da mente. ([8], p. 202)

Consequentemente, existem recomendações, tanto em Portugal como em muitos outros países, que apontam para a exploração de padrões logo na Educação Pré-Escolar. De acordo com as *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar* [14],

as crianças muitas vezes inventam naturalmente padrões quando estão a construir com legos ou a enfiar contas. A observação de azulejos, desenhos da calçada portuguesa, bem como a criação de ritmos musicais são também atividades que apelam à exploração de padrões e ao desenvolvimento do sentido estético. A diversidade de oportunidades de reconhecimento, duplicação e criação de padrões sequenciais simples, e a sua evolução gradual para padrões mais complexos são essenciais nas aprendizagens matemáticas. (p. 83)

Por seu turno, se consultarmos o *Common Core State Standards* (USA, [1]), no que diz respeito à educação matemática pré-escolar, constatamos que são indicadas oito *Mathematical Practices*, sendo uma delas *Look for and express regularity in repeated reasoning*.

Parece, assim, ser totalmente consensual que a exploração de padrões é determinante para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático das crianças desde a Educação Pré-Escolar.

1 Tipos de padrões explorados

Os padrões explorados na Educação Pré-Escolar têm regras lógicas subjacentes muito simples [9], pelo que podem ser categorizados como se segue.

Padrões de repetição

Os padrões de repetição consistem num *motivo mínimo* que se *repete*. A título de exemplo, considere-se a imagem exposta na Figura 1 (retirada de [5]). A linha de pássaros, em cima, apresenta um padrão de repetição do tipo AB; o padrão consiste num motivo mínimo com dois pássaros que se repete ao longo de uma linha (“amarelo-laranja”). Por sua vez, a cerca em baixo apresenta um padrão de repetição do tipo ABB; o padrão consiste num motivo mínimo com três tábuas que se repete ao longo de uma linha (“laranja-castanho-castanho”). No jardim, há um caminho que apresenta um padrão de repetição do tipo AABB; o padrão consiste num motivo mínimo com quatro pedras que se repete ao longo

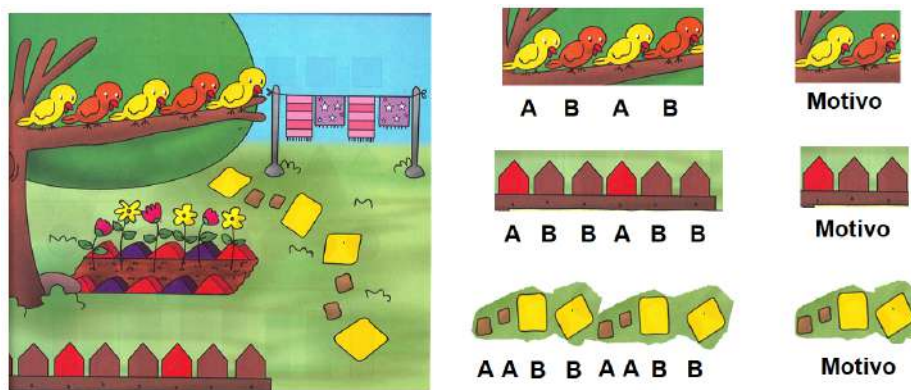


Figura 1: Padrões de repetição dos tipos AB, ABB e AABB.

de uma linha (“castanho-castanho-amarelo-amarelo”).

A imagem exposta na Figura 2 mostra um padrão do tipo ABC; o padrão consiste num motivo mínimo com três plantas que se repete ao longo de uma linha (“flor castanha-flor amarela-cacto verde”).

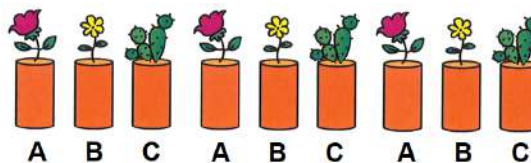


Figura 2: Padrão de repetição do tipo ABC.

Por serem os mais simples, os padrões de repetição dos tipos AB, ABB, AABB e ABC devem ser os primeiros a serem explorados na Educação Pré-Escolar. Ainda assim, há muitos outros fatores com importância além da regra lógica, nomeadamente o número de propriedades, a disposição espacial e a exploração rítmica. Torna-se pertinente descrever e analisar essas subcategorias.

Número de propriedades

As recomendações oficiais de alguns países sugerem a exploração gradual de padrões envolvendo uma propriedade, duas propriedades, três propriedades, e assim sucessivamente [13]. A Figura 3 ilustra essa ideia.

Todos os padrões apresentados são padrões de repetição do tipo AB. Na linha de cima à esquerda, o motivo mínimo é “azul-amarelo” e na linha de cima à direita, o motivo mínimo é “quadrado-círculo”. Em ambos os casos, A e B são distinguidos através de uma única propriedade; no primeiro caso a cor e no segundo caso a forma. No padrão da linha do meio, o motivo mínimo é

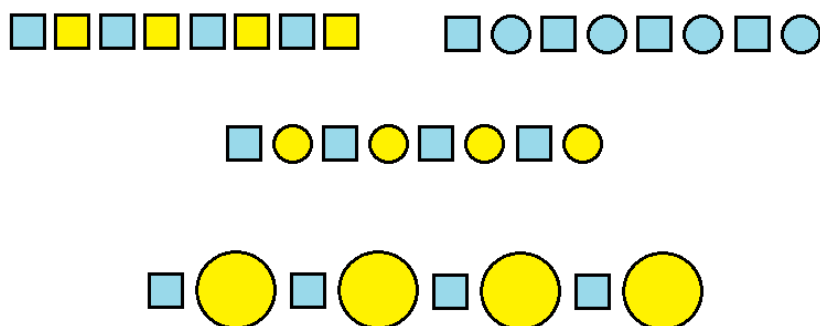


Figura 3: Número de propriedades na exploração de padrões de repetição.

“quadrado azul-círculo amarelo”. Neste caso, A e B são distinguidos através de duas propriedades, a forma e a cor. No padrão da linha de baixo, o motivo mínimo é “quadrado pequeno azul-círculo grande amarelo”. Neste caso, A e B são distinguidos através de três propriedades, a forma, o tamanho e a cor. Uma vez que as crianças são convidadas a falar e a desenhar, quanto mais propriedades, mais pormenores a ter em conta. Essa exploração deve ser gradual.

Havendo mais do que uma propriedade em jogo, pode incluir-se a temática da *propriedade irrelevante* (a partir dos 5 anos). Na vida quotidiana, há inúmeras situações que exibem um padrão em relação a algumas propriedades, sendo caóticas em relação a outras. Ser competente quanto a esse discernimento é importante. A Figura 4 mostra um padrão de repetição do tipo *ABB quanto à cor* (o motivo mínimo é “amarelo-laranja-laranja”). Mas, a sucessão de formas é *caótica*, não obedecendo a um padrão específico. Sendo convidadas a continuar o padrão, as crianças podem escolher as formas que quiserem, desde que mantenham a regra subjacente à escolha da cor. Estas explorações são baseadas em reconhecer ou estabelecer um critério que permita definir o padrão a seguir. O critério baseia-se nas propriedades dos objetos utilizados. Neste sentido, é importante um trabalho prévio em que se explorem as propriedades dos objetos e se desenvolvam tarefas baseados na capacidade de reconhecer e estabelecer critérios com base nessas propriedades (ver, por exemplo, [12]).



Figura 4: Exemplo de um padrão com uma propriedade irrelevante (a forma).

Disposição espacial

Por vezes, os padrões envolvem elementos iguais em tudo, exceto na *posição* em que se encontram. O par *propriedade/posição* é extraordinariamente importante, dado que se relaciona com a distinção entre estrutural e conjuntural. Quando

alguém diz “O João é alto”, está a falar de uma propriedade fundamental do João, na medida em que a altura é estrutural, fazendo parte da sua natureza; por oposição, quando alguém diz “O João está de pernas para o ar”, está a falar de uma peripécia conjutural, na medida em que pode mudar a qualquer momento, não fazendo parte da natureza do João. Quando alguém diz “Estes pratos são iguais”, normalmente está a pensar nas propriedades dos pratos (cor, tamanho, forma, etc.) e não em incidentes momentâneos (estarem sujos ou não, por exemplo). Atendendo a que estas ideias são fundamentais para um bom desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, a disposição espacial justifica uma categoria independente. Na Figura 5, apresenta-se um padrão de repetição do tipo ABB, em que A e B são iguais, distinguindo-se apenas pela posição em que se encontram.



Figura 5: Posição dos elementos de um padrão.

A importância da exploração de diferentes disposições espaciais é mencionada por diversos autores (ver, por exemplo, [4]). A Figura 6 ilustra um padrão numa variante do clássico “Jogo da Macaca”; o padrão tem uma lógica vertical e a disposição espacial é parte integrante da regra lógica subjacente.

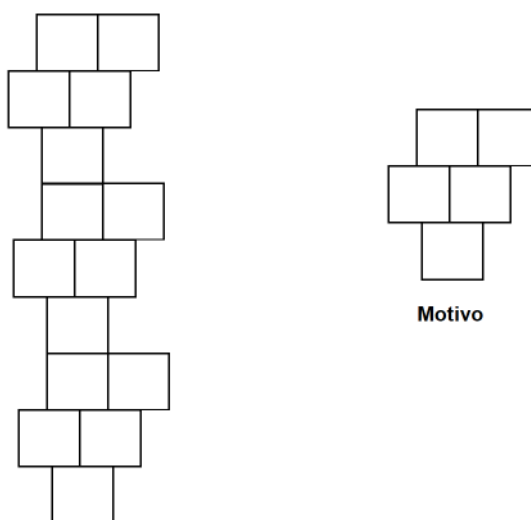


Figura 6: Variante do Jogo da Macaca.

Ainda quanto à disposição espacial, também se pode explorar a oposição *aberto/fechado*. Por exemplo, os colares são peças que se podem fechar. Quando convidadas a fazer colares com padrões, além de tudo o que já foi mencionado, as crianças também têm de ter atenção ao local onde os fecham. Na Figura 7 à esquerda, o fecho do colar não estraga o padrão de repetição do tipo AB; à direita, o fecho do colar cria uma perturbação/interrupção do padrão.

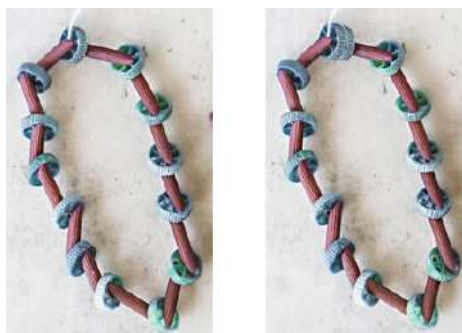


Figura 7: Colares com padrão de repetição do tipo AB.

É também importante observar que uma mesma situação pode apresentar um *padrão misto*, isto é, mais do que um padrão em simultâneo. Considere-se, a título de exemplo, a imagem exposta na Figura 8 (retirada de [5]). As plantas apresentam um padrão de repetição do tipo ABC (o motivo mínimo é “cacto verde-flor castanha-flor amarela”); por sua vez, os vasos apresentam um padrão de repetição do tipo ABB (o motivo mínimo é “cubo-cilindro-cilindro”). Sendo assim, para determinarem a próxima peça, as crianças devem pensar nos dois padrões em simultâneo; será um cacto verde num cubo. Tendo um grau de dificuldade maior, estes padrões mais sofisticados devem surgir em fases mais avançadas (fim dos 4 anos ou 5 anos).

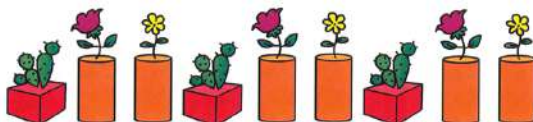


Figura 8: Padrão misto.

O posicionamento dos objectos pode fazer parte das regras subjacentes a padrões mistos. A Figura 9 (proposta em [9]) obriga a detetar os padrões de repetição com motivos mínimos “4-2” (faces de cima) e “5-3” (faces da frente). Além disso, a criança deve esforçar-se por *posicionar* bem os dados, de forma a cumprir as regras desses padrões. Trata-se de uma atividade já com um considerável grau de dificuldade.

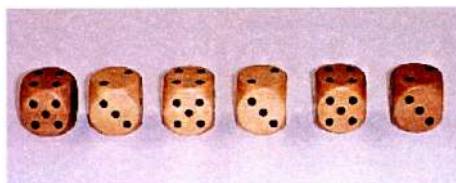


Figura 9: Padrão misto com posicionamento de objetos.

Exploração rítmica

A visão e o tacto não são os únicos sentidos que podem ser utilizados na procura e exploração de padrões; a audição também deve ser usada. O ritmo e a música podem ser olhados como sendo manifestações sonoras que apresentam padrões, sendo esses a base da harmonia e lógica musical que se ouve e que se sente. Sendo assim, se há temática matemática que deve ser interligada com a educação musical em idade pré-escolar, essa temática é a dos padrões [3, 17]. Podem utilizar-se, por exemplo, sons vocais, instrumentos rudimentares ou palmas. No clássico jogo *Copy Cat Rhythm Game*, o educador propõe uma determinada sequência rítmica e as crianças têm de identificar e repetir o padrão para dar continuidade a essa sequência apresentada (Figura 10). Naturalmente, podem explorar-se as mais variadas sequências rítmicas baseadas em padrões de repetição.



Figura 10: *Copy Cat Rhythm Game* (Durham University): <https://youtu.be/58p6QtMYN1M>.

As rimas e as histórias infantis costumam estar carregadas de ritmo e de lógica. A história *Pattern Bugs*, de Trudy Harris, é um exemplo entre muitos (Figura 11). Nesta história, as frases apresentam sequências rítmicas repetitivas e as páginas apresentam padrões de repetição.

Frequentemente, o número de sílabas em cada palavra está na base do ritmo existente numa rima ou numa música infantil. A parte de cima da Figura 12 é um exemplo disso mesmo: trata-se de um padrão de repetição do tipo AABB, em que A e B são palavras com duas ou uma sílabas (“Dou-ble” é A e “this” ou “that” é B). Em explorações musicais na Educação Pré-Escolar é comum usarem-se codificações gráficas para descrever padrões sonoros. Na parte de baixo da Figura 12, o símbolo com uma mão representa uma palma e o símbolo com duas mãos representa duas palmas. Depois de perceberem os símbolos, as crianças podem executar e descrever os seus próprios padrões sonoros.

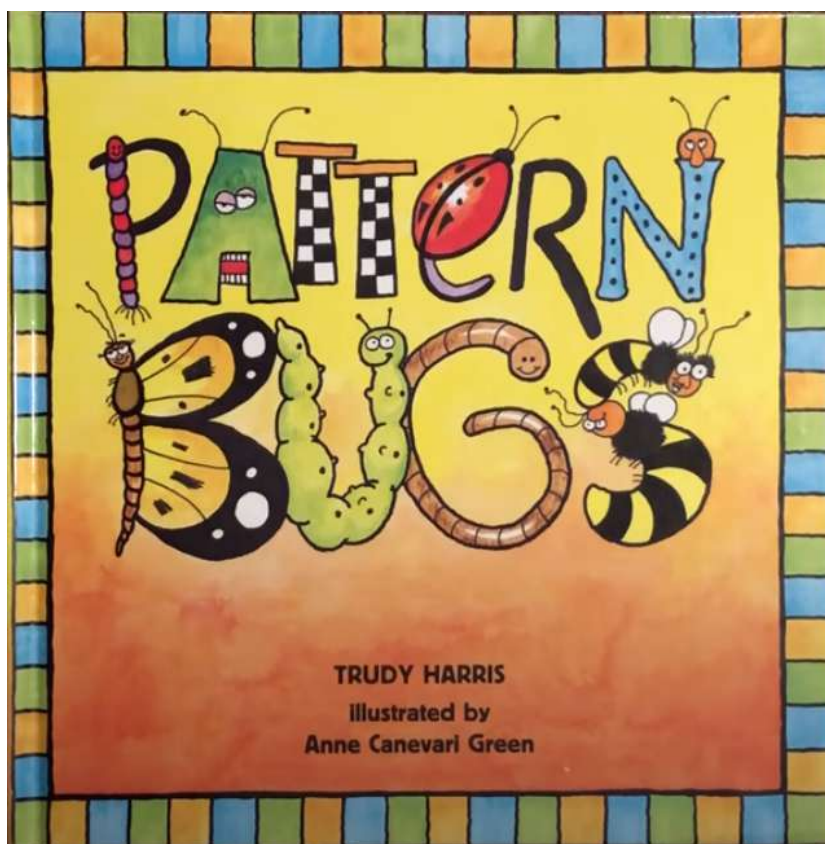


Figura 11: *Pattern Bugs*, de Trudy Harris (audível): https://youtu.be/4g2fKY_mwYI.

$\frac{4}{4}$

 Dou-ble dou-ble this

Dou-ble dou-ble that

Dou-ble dou-ble this

this,

that,

that!

Figura 12: Ritmos com padrões de repetição.

Padrões progressivos ou de crescimento

A segunda categoria é a dos padrões progressivos ou de crescimento. Neste tipo de padrões, o número de ocorrências de um determinado elemento *umenta de forma sistemática*. Embora os padrões progressivos não façam parte das recomendações de muitos países, alguns são suficientemente fáceis para poderem ser tratados em fases avançadas da Educação Pré-Escolar [13]. Considere-se, a título de exemplo, a imagem exposta na Figura 13. A cor é a única propriedade envolvida; os círculos azuis são repetidos e há um acréscimo de um círculo amarelo em cada repetição.



Figura 13: Padrão progressivo ou de crescimento.

No próximo exemplo, o padrão progressivo exposto na Figura 14 funciona como se fosse uma “visualização passo a passo” de um padrão de repetição.

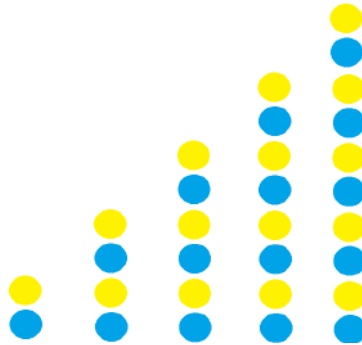


Figura 14: Padrão progressivo/padrão de repetição.

Tal como em padrões de repetição, a disposição espacial pode ser importante também em padrões progressivos (Figura 15). Jogos com blocos de madeira são bons para explorações deste tipo.

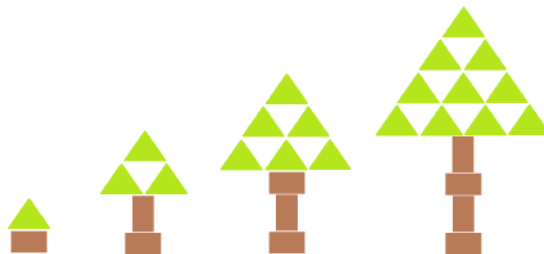


Figura 15: Como será a próxima árvore?

Padrões com simetrias

Dizemos que um objeto exibe uma *simetria* quando apresenta uma harmonia tal que fica exatamente na mesma quando é mexido de determinada maneira. Existem vários tipos de simetrias. Explicamos, de seguida, dois deles. Nas *simetrias de reflexão*, o objeto fica na mesma quando é refletido em torno de determinado eixo; nas *simetrias de rotação*, o objeto fica na mesma quando é rodado em torno de determinado centro, segundo um certo ângulo [6]. As simetrias de reflexão costumam ser exploradas na Educação Pré-Escolar; já as simetrias de rotação normalmente são exploradas apenas a partir do 1.º Ciclo.

Começamos por um exemplo envolvendo o conceito de simetria de reflexão. A parte esquerda da Figura 16 apresenta uma borboleta para pintar. O educador deve explicar à criança que o objetivo é que as metades da borboleta “batam certo” uma com a outra, atendendo ao critério cor. A parte direita da Figura 16 mostra uma pintura possível.



Figura 16: Pintando uma borboleta, de modo que “batam certo” as cores usadas nas duas metades, produzindo assim uma simetria de reflexão da borboleta.

Numa linguagem mais rigorosa, o que se passa é que a borboleta tem um *eixo de simetria* e, portanto, tem uma simetria de reflexão. Cada ponto A tem um ponto correspondente A' do outro lado do eixo. Note-se que, em inglês, usa-se frequentemente o termo *mirror line* o que, em português, transformaria a expressão “do outro lado do eixo” no sugestivo “do outro lado do espelho”. O que acontece é que o segmento $[AA']$ é perpendicular ao eixo, sendo cortado por este exatamente no seu ponto médio (A e A' estão à mesma distância do eixo; ver Figura 17).

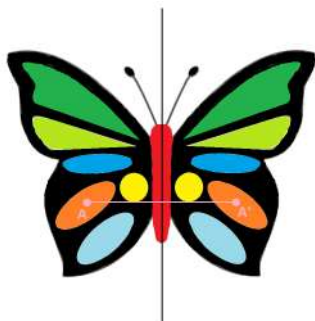


Figura 17: Eixo de simetria da borboleta.

Naturalmente, esta linguagem é demasiada elaborada para crianças em idade pré-escolar. Uma alternativa melhor consiste em *dobrar* a borboleta em torno do eixo, de forma a mostrar à criança que as asas “batem mesmo certo”. O recurso às dobragens é muito adequado quando se pensa nesta faixa etária.

Uma possível pintura que não respeite a simetria de reflexão pretendida está ilustrada na Figura 18. Olhando com atenção para as zonas superiores das asas, as tonalidades de verde “não batem certo”, o que pode ser facilmente mostrado através de uma dobragem em torno do eixo identificado na Figura 17.



Figura 18: Asas assimétricas.

Cortes num papel dobrado ou numa cartolina dobrada também produzem bonitos efeitos de simetria de reflexão. O vinco da dobra é o eixo de simetria. Após o corte, a abertura da parte recortada produz o objeto com a simetria pretendida (Figura 19).



Figura 19: Recortando uma borboleta com simetria de reflexão.

Mesmo sendo pouco exploradas na Educação Pré-Escolar, fica aqui uma breve nota sobre as simetrias de rotação. Na parte esquerda da Figura 20, há duas cobras que se comem uma à outra para pintar. O educador deve explicar à criança que o objetivo é que as cobras “batam certo” uma com a outra, em

termos das cores usadas, quando se rodar o desenho meia-volta (ou seja, quando se posicionar o desenho de “pernas para o ar”). É por esta mensagem não ser simples que este tipo de atividade se torna mais difícil no contexto da Educação Pré-Escolar. A parte direita da Figura 20 mostra uma pintura possível.

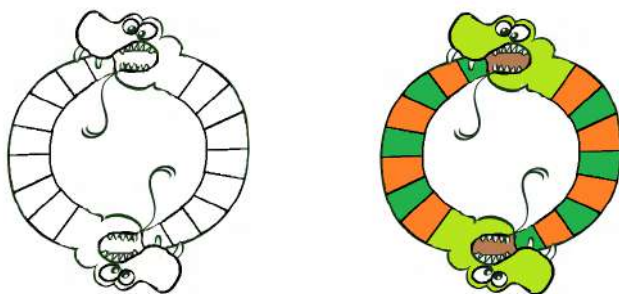


Figura 20: Pintando duas cobras, de modo que “batam certo” as cores usadas nessas cobras, quando o desenho for posicionado de “pernas para o ar”.

Numa linguagem mais rigorosa, o que se passa é que a figura composta pelas duas cobras tem uma *simetria de rotação de 180°* em torno do seu *centro*; ver Figura 21. Novamente, esta linguagem é demasiada elaborada para crianças em idade pré-escolar. Uma alternativa melhor consiste em *rodar* as cobras meia-volta, colocando o desenho das cobras de “pernas para o ar” e tentando fazer a criança ver que as cobras ficam na mesma, ou seja, que “batem certo” as cores das duas cobras.



Figura 21: Rodando as cobras, de modo que o desenho fique de “pernas para o ar”. Conclui-se que as cobras ficam na mesma, ou seja, que “batem certo” as cores das duas cobras.

Uma possível pintura que não respeite a simetria de rotação pretendida está ilustrada na Figura 22. Olhando com atenção para as zonas coladas às cabeças das cobras, verifica-se que as cores não “batem certo”, o que faz com que a meia-volta passe a não deixar a figura composta pelas duas cobras na mesma.



Figura 22: Cobras ligeiramente diferentes, fazendo com que a figura já não apresente simetria de rotação.

Note-se que os exemplos apresentados para os dois tipos de simetria baseiam-se na preservação das cores perante os movimentos associados à reflexão ou rotação. Em explorações futuras, nomeadamente no contexto do Ensino Básico, o foco será, sobretudo, a manutenção da forma perante os movimentos associados à reflexão ou rotação, o que apresenta maior grau de dificuldade em termos cognitivos.

2 Propostas de atividades com padrões

Antes de analisar atividades propriamente ditas, é importante fazer duas observações. A primeira diz respeito a uma ocorrência muito frequente em livros para crianças. Observe-se a proposta exposta na Figura 23.

Descobre o padrão e continua a sequência de figuras.

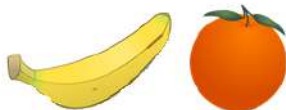


Figura 23: Qual é o padrão?

Pretende-se que a criança *identifique um padrão* e, em seguida, *continue a sequência de acordo com esse padrão*. Quem propõe este tipo de atividade, está a pensar numa resposta como a que se ilustra na Figura 24.

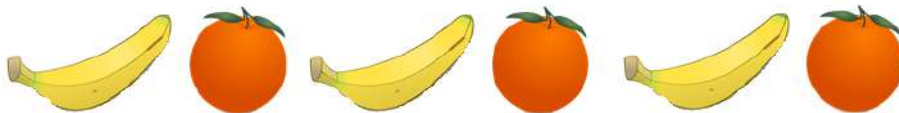


Figura 24: Sequência com padrão de repetição do tipo AB, em que o motivo mínimo é “banana-laranja”.

No entanto, se se pensar bem, tudo isto é um pouco absurdo. Na Figura 23, *não há nenhum padrão que possa ser identificado*. Para que uma criança reconheça um padrão é preciso mostrar-lhe uma configuração que exiba um padrão, neste caso a repetição de um motivo mínimo. O que se pretende afinal é a *cópia de um motivo*, de forma a construir uma sequência com sucessivas repetições desse motivo. É claro que uma mera cópia é uma atividade menos rica do que a identificação de um padrão com o objetivo de continuar ou de completar uma sequência com esse padrão. Para se fazer uma atividade deste segundo tipo, o que se deve mostrar à criança é algo como o exposto na Figura 24, com duas a três repetições completas do motivo, pedindo-lhe que continue a sequência de acordo com o padrão identificado. Aí sim, a criança poderá reconhecer primeiro um padrão, para depois completar a sequência de acordo com esse padrão.

A ideia de reconhecimento conduz à segunda observação. Como se pode ter a certeza de que a criança compreendeu a regra lógica subjacente a um padrão? Quase nenhuma criança em idade pré-escolar construirá uma frase como “Há um motivo que é ‘banana-laranja’ que se repete sistematicamente ao longo de uma linha”. O que é natural é a criança “dizer o padrão”, isto é, dizer ritmicamente “banana-laranja, banana-laranja, banana-laranja, e depois vem uma banana”. Do ponto de vista do educador, esta “cantilena” é bem-vinda, uma vez que a forma como a criança impõe o ritmo serve quase sempre para se ter a certeza de que ela identificou o motivo e a repetição (ver Figura 25). Para esse fim, os educadores devem pedir às crianças para “cantarem” os padrões em voz alta, à medida que vão construindo a sequência com as repetições do motivo.



Figura 25: “Cantando” padrões: <https://youtu.be/w-AWzkTmM7c?t=84>.

Para continuar um padrão, é frequente a criança ter de o dizer *desde o início*. Numa primeira fase, a criança captura a regra de forma rítmica e, só depois, é capaz de a interpretar, indicando o motivo e a repetição. Isto relaciona-se

com a expressão popular “de cor e salteado”. Há pessoas adultas que sabem o abecedário de cor, mas não o sabem salteado, o que faz com que, para dizerem a letra que vem depois do ‘r’, terem de “cantar” as letras a partir do ‘a’. Quanto ao abecedário, isso é compreensível, uma vez que este *não tem lógica nenhuma*, percebendo-se que não se tenha feito esforço para o decorar de forma descontínua. Para essas pessoas, o que está na memória é uma música com letras que tem de ser cantada desde o princípio. Quanto aos padrões, uma vez que há regras subjacentes, deve fazer-se um esforço para que as crianças vão além da “música”, *percebendo a lógica*. Sendo assim, relativamente ao trabalho com padrões na Educação Pré-Escolar, deseja-se que as crianças consigam continuar sequências após reconhecerem a(s) regra(s) subjacente(s), consigam completar sequências após reconhecerem a(s) regra(s) subjacente(s) e consigam propor configurações e sequências de acordo com a(s) regra(s) por si inventada(s). O último objetivo decorre naturalmente dos dois primeiros, pelo que estes serão analisados com detalhe.

Continuando sequências com padrões de repetição ou com padrões progressivos

Nestas atividades, mostra-se à criança uma configuração que exiba um padrão, pedindo-lhe para o identificar e para continuar a sequência de acordo com o padrão identificado. Isso pode ser feito através de pintura, objetos ou sons. As quatro atividades expostas na Figura 26 envolvem padrões de repetição e estão, de forma intuitiva, colocadas por ordem de dificuldade. Na investigação recente, não há um total consenso sobre se há mesmo uma vincada diferença na dificuldade [13]. Ainda assim, parece ser um bom ponto de partida.

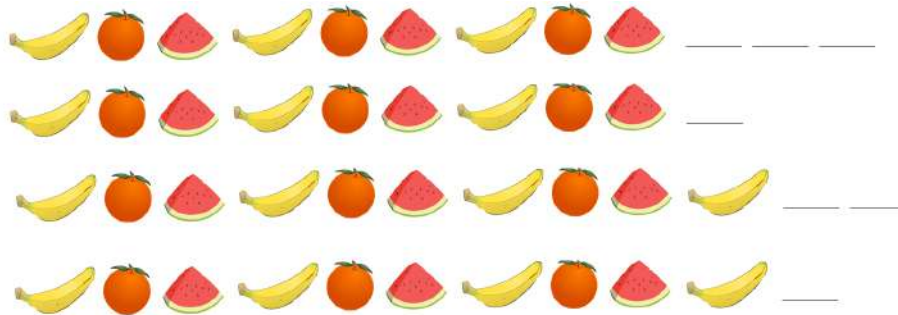


Figura 26: Continuando uma sequência com um padrão de repetição do tipo ABC.

Para que se perceba o critério desta hierarquização, considere-se a Figura 27. O mesmo padrão de repetição do tipo ABC é usado em todas as 4 atividades (motivo mínimo “banana-laranja-melancia”). Na primeira atividade (linha de cima), após 3 motivos completos, pede-se mais um motivo completo. Se a criança disser ritmicamente a sequência desde o início, quando chega à parte que tem de pintar, continua o ritmo dizendo mais um motivo completo. A pintura solicitada coincide perfeitamente com o ritmo e é, por isso, que esta

atividade parece ser a mais fácil das quatro. A diferença da primeira atividade em relação à segunda consiste num pequeno desfasamento: após 3 motivos completos, *solicita-se apenas mais um fruto e não todo o motivo*. Por vezes, a criança fica um pouco atrapalhada e pinta na mesma o motivo completo com os três frutos, ignorando o facto de ter sido pedido apenas mais um fruto. Isso acontece porque, de algum modo, o ritmo foi ligeiramente interrompido. O educador deve fazer a criança perceber que o objetivo era continuar a sequência apenas com mais um fruto e não com mais três. A terceira atividade apresenta também uma perturbação no ritmo; a pintura solicitada aponta para que se complete um motivo já iniciado, em vez de o começar do início. A quarta atividade parece ser a mais difícil, uma vez que se pede para continuar a pintar um motivo já iniciado, sem o completar. O facto de a pintura não começar do início nem atingir o fim do motivo conduz a uma perturbação no ritmo com que a criança diz (e pensa) o padrão.

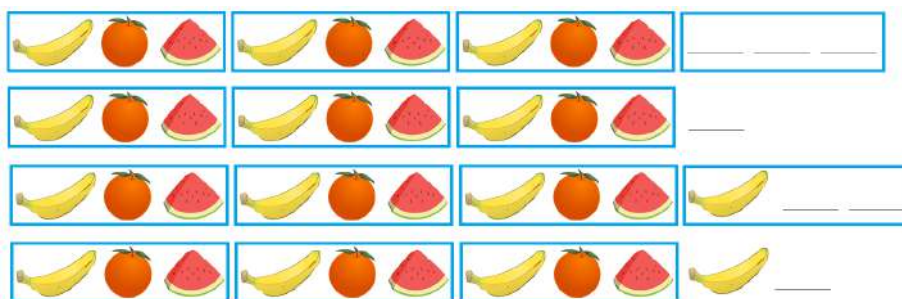


Figura 27: Continuando sequências com padrões de repetição: ordem de dificuldade.

Em [13], são apontados três erros típicos das crianças: a *continuação aleatória*, a *repetição do último elemento* (linha de cima da Figura 28) e a *cópia do bloco exposto* (linha de baixo da Figura 28). Em relação à repetição do último elemento, o educador deve fazer a criança ver que o padrão utiliza três frutos e não apenas um. Em relação à cópia do bloco exposto, o educador deve fazer a criança compreender que se pretende uma continuação e não uma cópia; para tal, pode o próprio educador dizer o padrão com ritmo, fazendo pausas entre os motivos: “banana-laranja-melancia (pausa) banana-laranja-melancia (pausa) banana-laranja-melancia”.

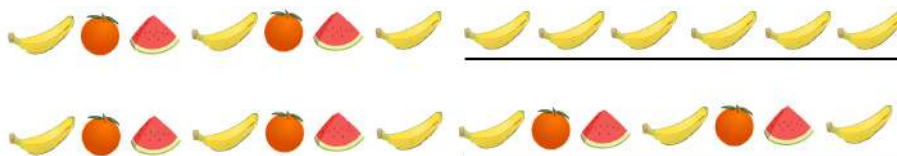


Figura 28: Erros típicos na continuação de sequências com padrões de repetição.

Quanto aos padrões progressivos, as quatro atividades expostas na Figura 29 estão, de forma intuitiva, colocadas por ordem de dificuldade.

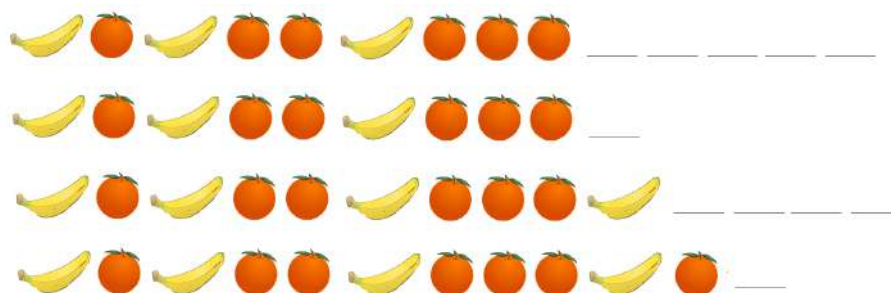


Figura 29: Continuando uma sequência com um padrão progressivo do tipo ABABBABBB.

Para que se perceba o critério desta hierarquização, considere-se a Figura 30. O mesmo padrão progressivo ABABBABBB é usado em todas as atividades (repetição da banana e acréscimo de uma unidade no número de laranjas). Para facilitar a discussão, chame-se *bloco* a cada conjunto constituído por uma banana e um certo número de laranjas até à próxima banana. Na primeira atividade (linha de cima), após 3 blocos completos, pede-se mais um bloco completo. Se a criança disser ritmicamente a sequência desde o início, quando chega à parte que tem de pintar, continua o ritmo dizendo mais um bloco completo (com o acréscimo de uma laranja). O desenho solicitado coincide perfeitamente com o ritmo e é, por isso, que esta atividade parece ser a mais fácil das quatro. A diferença da primeira atividade para a segunda consiste num pequeno desfasamento: após 3 blocos completos, *solicita-se apenas mais um fruto e não mais um bloco*. A terceira atividade apresenta também uma perturbação no ritmo; o desenho solicitado aponta para que se complete um bloco já iniciado, em vez de o começar do início. A quarta atividade parece ser a mais difícil, uma vez que se pede para continuar a desenhar um bloco já iniciado, sem o completar. O facto de o desenho não começar do início nem atingir o fim do bloco conduz a uma perturbação no ritmo com que a criança diz (e pensa) o padrão progressivo.

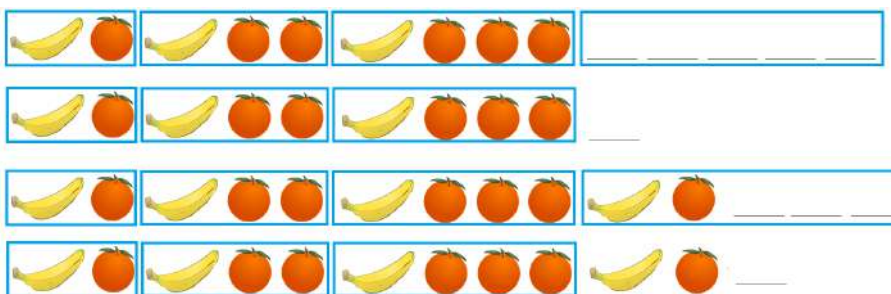


Figura 30: Continuando sequências com padrões progressivos: ordem de dificuldade.

Em [13] são apontados quatro erros típicos interessantes: a *continuação aleatória*, a *repetição de um elemento* (linha de cima da Figura 31), a *continuação com padrão de repetição* (linha do meio da Figura 31) e a *cópia do último bloco exposto* (linha de baixo da Figura 31). Nestes erros, parece estar a haver problemas na transição de padrões de repetição (que as crianças já conhecem) para padrões progressivos. O educador, ao dizer o padrão com ritmo, deve realçar que, em cada bloco, se acrescenta sempre mais uma laranja.

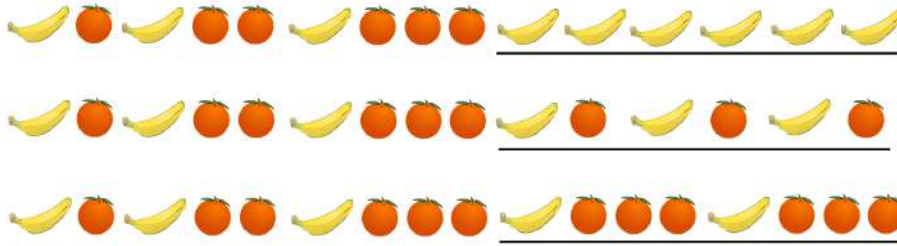


Figura 31: Erros típicos na continuação de seqüências com padrões progressivos.

Completando seqüências com padrões de repetição ou com padrões progressivos

Nestas atividades, mostra-se à criança uma configuração que exiba um padrão, pedindo-lhe para completar uma parte da seqüência em falta. Na Figura 32, apresentam-se quatro atividades que envolvem padrões de repetição e estão, de forma intuitiva, colocadas por ordem de dificuldade.

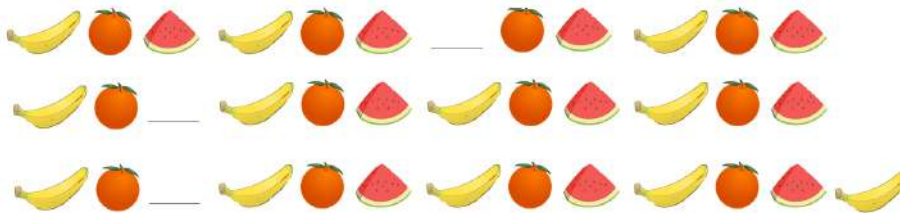


Figura 32: Completando uma seqüência com um padrão de repetição do tipo ABC.

Para que se perceba o critério desta hierarquização, considere-se a Figura 33. O mesmo padrão de repetição do tipo ABC é usado em todas as atividades (motivo mínimo “banana-laranja-melancia”). Na primeira atividade (linha de cima), a criança tem a oportunidade de dizer de início dois motivos completos até chegar à parte para completar. Devido a isso, não há grande diferença entre esta atividade para completar e uma atividade análoga para continuar, pelo que este é o caso mais fácil. Na segunda atividade (linha do meio), a criança já não tem a oportunidade de dizer de início dois motivos completos até chegar à parte

para completar (nem sequer um motivo completo). Isso acontece porque a parte para completar está logo no primeiro motivo. Devido a isso, a criança não tem oportunidade de identificar o padrão da sequência, observando-a desde início. Para proceder à identificação da regra de repetição, a criança tem de olhar para a parte final da sequência (até a pode dizer ritmicamente a partir do fim, da direita para a esquerda, sendo o motivo mínimo “melancia-laranja-banana”). Ainda assim, mesmo sendo uma atividade mais difícil do que a primeira, não há nenhum desfasamento nos motivos. A terceira atividade (linha de baixo) é muito semelhante à segunda, mas já apresenta um certo desfasamento nos motivos (devido à última banana). Consequentemente, trata-se do caso mais difícil.

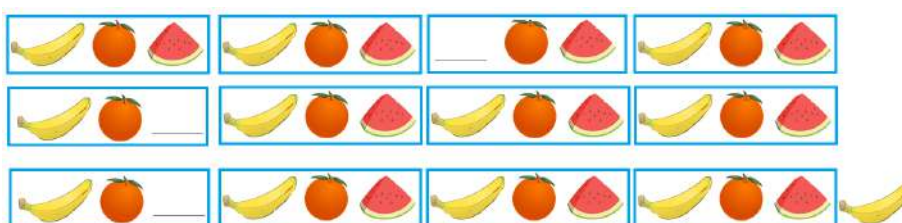


Figura 33: Completando sequências com padrões de repetição: ordem de dificuldade.

Em relação aos padrões progressivos, a ordem de dificuldade segue a mesma lógica que a dos padrões de repetição. Por exemplo, na Figura 34, a atividade da linha de cima é a mais fácil, uma vez que a criança tem oportunidade de dizer três blocos completos até chegar à parte para completar. Como isso não acontece nas atividades das linhas do meio e de baixo, estas últimas são mais difíceis. Em [13] é dito que os erros típicos que acontecem em atividades para completar são os mesmos que acontecem em atividades para continuar.



Figura 34: Completando sequências com padrões progressivos: ordem de dificuldade.

Explorando padrões com simetrias

A identificação e utilização de regras lógicas são tão próprias da natureza humana que as crianças, mesmo sem ninguém lhes dizer nada, introduzem várias formas de simetria nos seus desenhos. As Figuras 35 e 36, retiradas de [18], são exemplos disso mesmo. Os vários sóis infantis ilustrados na primeira apresentam simetrias de rotação; a nuvem, as árvores, a borboleta e a flor, ilustrados na segunda, apresentam simetrias de reflexão.

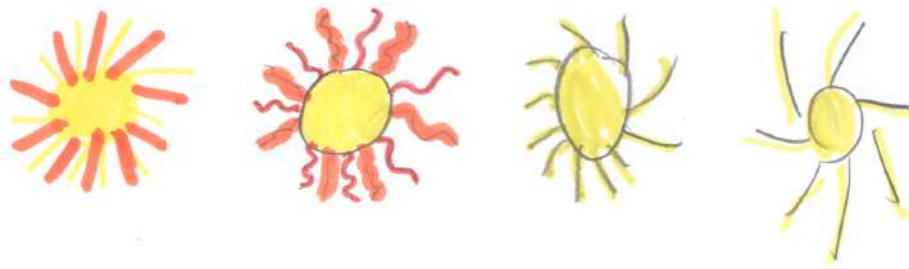


Figura 35: Sóis infantis – simetrias de rotação.

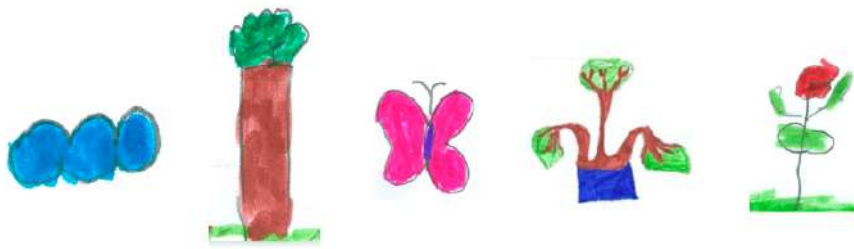


Figura 36: Natureza vista por crianças – simetrias de reflexão.

É muito simples inventar explorações divertidas do conceito de simetria. A título de exemplo, menciona-se uma atividade para crianças e pais realizada no Colégio das Descobertas, no Montijo. *The Very Hungry Caterpillar* (em português, *A Lagartinha Muito Comilona*, Figura 37) é uma história infantil clássica concebida por Eric Carle, em 1969. Tudo na história tem lógica: o ciclo da borboleta (ovo–lagarta–casulo–borboleta), a forma gradual como a lagarta vai comendo mais, os dias da semana, etc.



Figura 37: A Lagartinha Muito Comilona, de Eric Carle.

No Colégio das Descobertas, contou-se uma versão da história envolvendo, não uma, mas quatro lagartas. Dessa forma, foi possível abordar os padrões de

repetição e os padrões com simetrias. O crescimento diário de cada lagarta ficou associado a um padrão com repetição (dos tipos AB, ABB, AABB, ABC). Os próprios nomes das lagartas também seguiram a lógica: Jo – JoJoJo; Ann – AnnAnnAnn; Oott – OottOottOott; Leo – LeoLeoLeo. Naturalmente, quando as lagartas se tornaram borboletas, a lógica ficou bem espelhada numa simetria de reflexão (ver Figura 38).

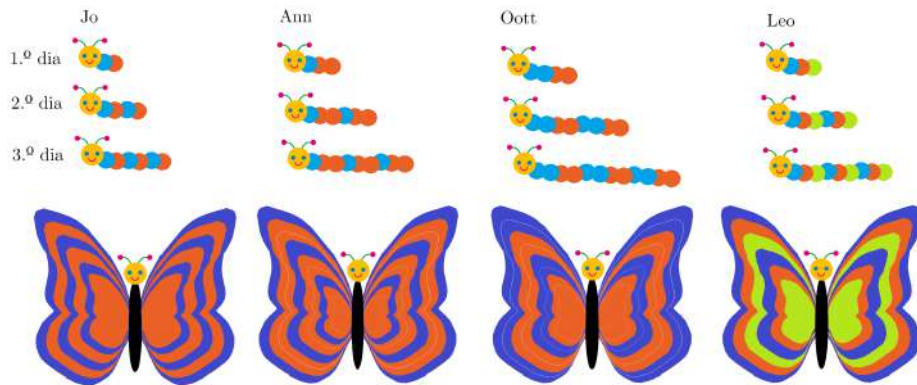


Figura 38: Quatro Lagartinhas Muito Comilonas.

No seguimento da história, organizou-se uma sessão para crianças e pais, usando variados materiais. Em algumas atividades, o objetivo foi “fazer” as lagartas Jo, Ann, Oott e Leo. Noutras, uma criança (ou um dos pais) “inventava” uma das asas de uma borboleta, para que outra pessoa preenchesse a outra asa de modo a obter uma simetria de reflexão (ver Figura 39).



Figura 39: Atividades com lagartas – padrões de repetição e com simetrias.

Recorrendo a diferentes materiais

Sugere-se a utilização de materiais diversificados que permitam a exploração de padrões, recorrendo a diferentes contextos. Na Figura 40, apresentam-se alguns exemplos de materiais construídos por alunos do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico da Universidade dos Açores.



Figura 40: Exploração de padrões de repetição e de padrões progressivos, recorrendo a diferentes materiais.

A construção de várias cópias de objetos, de diferentes cores e/ou formas, permite explorar inúmeros tipos de padrões, reutilizando o mesmo material sempre que necessário. Os temas e contextos também podem ser variados, recorrendo a pulseiras, linhas com peças de roupa, carruagens, atrelados, entre muitas outras possíveis situações. Por fim, repare-se no exemplo dos patinhos da Figura 40. Pode-se apresentar um cartão com círculos coloridos, obedecendo a um determinado padrão, e pedir à criança para construir uma sequência com patinhos, que satisfaça o mesmo padrão, recorrendo a patinhos com as mesmas cores dos círculos. Reciprocamente, também se pode apresentar a sequência de patinhos já construída e pedir à criança para que encontre o cartão com o padrão correto (representado por círculos com as mesmas cores dos patinhos). A criança também pode ser desafiada a desenhar os círculos e a colori-los, de modo a construir uma sequência pictórica que representa a sequência de patinhos, apelando-se assim a um faseamento rumo à abstração e à identificação de um tipo de padrão, independentemente dos objetos ou imagens que são usados. Ainda em relação a este exemplo, a galinha mãe apenas tem o papel de ponto de referência, indicando o início da sequência de patinhos.

Referências

- [1] Common Core State Standards, maintained by the Council of Chief State School Officers, in USA, since 2009.
<http://www.corestandards.org/Math/Content/K/introduction/>
- [2] Devlin, K. *Matemática: A Ciência dos Padrões*. Porto Editora, 2002.
- [3] Geist, K., Geist, E., Kuznik, K. “The patterns of music: young children learning mathematics through beat, rhythm, and melody”. *Young Children*, 67(1), 74–79, 2012.
- [4] Hutchinson, E., Pournara, C. “Pre-school children’s understanding of Mathematical patterns”. *South African Journal of Childhood Education*, 1(2), 92–111, 2011.
- [5] Marshall Cavendish. *Earlybird Kindergarten Math, Standard Edition, Textbook A*. Singapore, 2003.
- [6] Martin, G. *Transformation Geometry: An Introduction to Symmetry*. Springer, 1996.
- [7] Orton, J. “Children’s perception of pattern in relation to shape”. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 149–167), Continuum Books, 1999.
- [8] Paenza, A. (prefácio de Jorge Nuno Silva), *Matemática... estás aí?*. Publicações Dom Quixote, 2008.
- [9] Palhares, P., Mamede, E. “Os padrões na Matemática do Pré-Escolar”. *Educare/Educere, Revista da Escola Superior de Educação de Castelo Branco*, 10(1), 107–123, 2002.
- [10] Resnik, M. D. *Mathematics as a Science of Patterns*. Oxford University Press, 1997.

- [11] Romberg, T. A. “Problematic features of the school mathematics curriculum”, In P. W. Jackson (Ed.), *Handbook of Research on Curriculum: A project of the American Educational Research Association* (pp. 748–788), MacMillan, 1992.
- [12] Santos, C. P., Teixeira, R. C. “Propriedades e Critérios no Pré-Escolar”. *Jornal das Primeiras Matemáticas*, 3, 3-16, 2014.
- [13] Schreiber, I. “Patterns in kindergarten: teachers’ knowledge of content and pupils and associated self-efficacy beliefs”. *Scientia in educatione*, 11(1), 69–81, 2020.
- [14] Silva, I. (Coord.), O., Marques, L., Mata, L., Rosa, M. *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar*, Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação, 2016.
http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Noticias_Imagens/ocepe_abril2016.pdf
- [15] Sousa, D. A. *How the Brain Learns Mathematics* (2nd edition). Corwin, 2014.
- [16] Stewart, I. *Nature’s Numbers: The Unreal Reality Of Mathematics*. Basic Books, 1997.
- [17] Svalina, V., Vukelić, J. “Connecting Mathematics and Music in Preschool Education”. *Napredak, Journal of Interdisciplinary Research in Education*, 161(3-4), 411–430, 2020.
- [18] Villarroel, J. D., Merino, M., Antón, A. “Symmetrical motifs in young children’s drawings: a study on their representations of plant life”. *Symmetry*, 11(1), 2019.