Jornal das Primeiras Matemáticas

Número 11
Dezembro 2018

aeme
ASSOCIAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ELEMENTAR

Ludus

Recursos Didáticos

A multiplicação e a divisão em imagens: explorações no 2.º ano de escolaridade

Cláudia Carreiro, Eduarda Correia e João Patrício,
Carlos Pereira dos Santos, Ricardo Cunha Teixeira

EBI de Ribeira Grande, CEAFEL & CST, NICA-UAc & FCT-UAc

cmfsantos@fc.ul.pt, ricardo.ec.teixeira@uac.pt

Resumo: *Este artigo apresenta uma abordagem às operações de multiplicação e divisão, através de imagens, que espelha o trabalho desenvolvido no ano letivo de 2016/2017 no âmbito da implementação do Projeto Prof DA do Programa "ProSucesso – Açores pela Educação", nas turmas do 2.º ano de escolaridade da EBI de Ribeira Grande, São Miguel, Açores. As atividades desenvolvidas tiveram por base as orientações emanadas da oficina de formação "Matemática Passo a Passo: Estratégias de superação de dificuldades para o 1.º Ciclo do Ensino Básico". A implementação no terreno das atividades resultou de um trabalho colaborativo entre os Prof DA e os professores titulares de turma.*

Palavras-chave: Projeto Prof DA do Programa "ProSucesso – Açores pela Educação", Oficina "Matemática Passo a Passo: Estratégias de superação de dificuldades para o 1.º Ciclo do Ensino Básico", multiplicação, divisão, 2.º ano de escolaridade.

Introdução

O projeto Prof DA nasceu em setembro de 2015, no contexto do Programa "ProSucesso – Açores pela Educação", da Secretaria Regional da Educação e Cultura do Governo dos Açores. As orientações científicas e didáticas que estão na base da ação do Prof DA (professor qualificado na superação de dificuldades de aprendizagem) são fornecidas pela oficina de formação "Matemática Passo a Passo: Estratégias de Superação de Dificuldades para o 1.º Ciclo do Ensino Básico", da responsabilidade da Universidade dos Açores.

A ação do Prof DA desenvolve-se em contexto de trabalho colaborativo com os titulares de turma e tem por base estudos provenientes das neurociências cognitivas, que apresentam pistas sobre a forma como o cérebro de uma criança aprende Matemática, e alguns casos de sucesso do ensino da Matemática, destacando-se o Método de Singapura, que nos apresenta centenas de pormenores de ordem científica e didática testados com sucesso em vários países.

Das teorias edificadoras do currículo de Matemática de Singapura, destacam-se os princípios da variabilidade matemática e percetiva de Zoltán Dienes [3], o enfoque numa aprendizagem conceptual, em detrimento de uma aprendizagem meramente procedimental, de Richard Skemp [7], e a abordagem concreto-pictórico-abstrato (abordagem CPA), que remonta aos trabalhos de Jerome Bruner [1, 2].

O princípio da variabilidade matemática de Dienes aponta para que todas as características não essenciais à estrutura de um certo conceito possam ser variadas de modo a destacar o que realmente é constante. A característica constante constitui, portanto, a essência do conceito matemático, privado de qualquer defeito de particularização. Um exemplo simples, no contexto da aprendizagem do conceito de triângulo, passa por apresentar aos alunos um leque diversificado de triângulos, variando os comprimentos dos lados, as amplitudes dos ângulos e a orientação dos triângulos. Só não se deve variar a essência do conceito: o facto de um triângulo ser um polígono com 3 lados.

Por seu turno, o princípio da variabilidade percetiva de Dienes defende que a essência da abstração consiste em extrair propriedades comuns de diferentes tipos de situações. Essas situações devem, de facto, ser diversificadas, enquanto a sua estrutura conceptual permanece a mesma. A parte comum das propriedades extraídas constituirá então a essência da abstração a desenvolver. Por isso, a aprendizagem de um conceito deve partir de múltiplas representações e múltiplas perspetivas.

Skemp distingue a compreensão instrumental (procedimental), que envolve a aprendizagem de uma regra/método/algoritmo, da compreensão relacional (conceptual), mais poderosa e que permite ao aluno estabelecer conexões e compreender as relações matemáticas e a sua estrutura. De notar que a compreensão conceptual permite não só perceber como funciona um determinado procedimento e porquê, como ajuda a relacioná-lo com outros conceitos e procedimentos e possibilita a sua adaptação para novas situações.

Resta tecer breves considerações sobre a conhecida abordagem CPA, defendida pelo Ministério da Educação de Singapura desde o início dos anos 80 do século passado. A abordagem CPA baseia-se na conceção de Bruner dos modos de representação enativa, icónica e simbólica [4]. O nível de representação enativa (ou ativa) caracteriza-se pela ação como forma de representação da realidade, nomeadamente através da manipulação de objetos. Representar o mundo consiste em tocar e manipular objetos. Já no nível de representação icónica, a criança desenvolve uma imagem ou representação mental dos objetos sem necessidade de manipulá-los diretamente. Trata-se de uma representação visual da realidade. Por fim, no nível de representação simbólica, a criança consegue representar a realidade através de símbolos, ou seja, de uma linguagem própria, sem necessidade de recorrer à ação ou a uma imagem ou esquema.

A abordagem CPA de Singapura aproxima-se muito das teorias de Bruner. O currículo de Matemática de Singapura [6] defende uma aprendizagem ativa: "aprender fazendo". A partir da manipulação de objetos e recorrendo a representações concretas e pictóricas, os alunos são orientados a descobrir conceitos matemáticos abstratos. A palavra "concreto" não deve ficar restrita apenas aos materiais manipuláveis, mas também a experiências concretas: o conhecimento matemático deve estar incorporado na ação.

Nas próximas secções, apresentamos, através de sequências de imagens, uma proposta de exploração das operações de multiplicação e de divisão no contexto do 2.º ano de escolaridade.

1 Multiplicação: primeiras explorações

A multiplicação é uma operação que se aplica a diferentes situações com sentidos distintos, nomeadamente aplica-se à adição de parcelas iguais e em situações combinatórias. Em seguida, propomos uma introdução à operação de multiplicação no seu sentido aditivo. O sentido combinatório será explorado na última secção deste artigo.

Numa primeira instância, é importante que os alunos desenvolvam a sua aprendizagem num contexto de ligação com o mundo que os rodeia e, que, gradualmente, possam passar para representações pictóricas desta mesma realidade e, assim, numa fase posterior, já sejam capazes de manipular as operações ao nível do abstrato, situação que constitui o patamar superior do processo de ensino-aprendizagem.

Passamos à ilustração de uma sequência de aprendizagem com vista à introdução do sentido aditivo da multiplicação (Figura 1 a Figura 4).

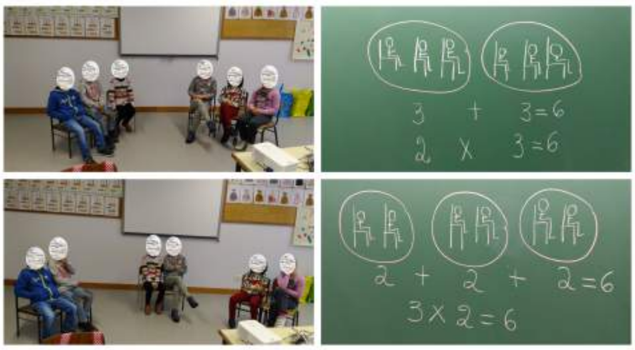

Figura 1: Envolvimento dos alunos na representação de grupos com a mesma quantidade (exploração concreta). Representação pictórica das duas situações vivenciadas pelos alunos. Relação com a adição de parcelas iguais e, consequentemente, com a multiplicação. Também se pode explorar a relação existente entre as duas situações, remetendo os alunos para a propriedade comutativa desta operação.

Figura 2: Nesta situação, estamos, novamente, perante a adição de parcelas iguais, evidenciando a sua relação com a multiplicação, como se pode verificar. Sempre presente está também a exploração da propriedade comutativa da multiplicação.

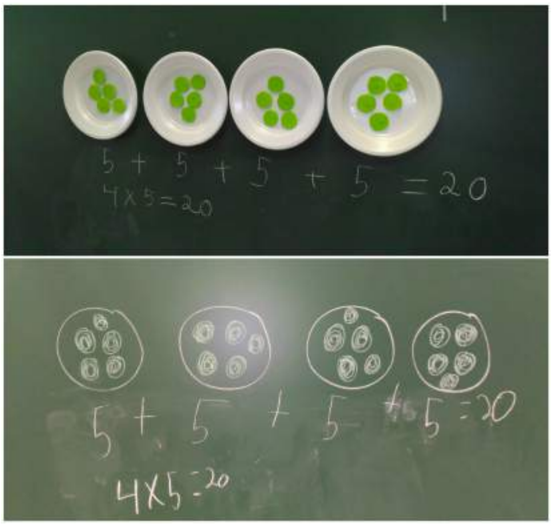

Figura 3: Faseamento da aprendizagem com inspiração na abordagem CPA. É importante que os alunos percebam que só podem aplicar a operação de multiplicação nas situações em que todos os grupos têm o mesmo número de elementos (neste exemplo, 5 elementos cada).

Figura 4: Multiplicação no sentido aditivo, recorrendo à concretização através da utilização de diferentes materiais.

2 Propriedade comutativa da multiplicação: explorações adicionais

Sendo a multiplicação uma operação a que os alunos recorrem com frequência, importa explorar não só os sentidos desta operação, mas também as suas propriedades. Para fazê-lo de forma mais consciente, é importante colocar os alunos em contacto com situações concretas de aprendizagem que possam conduzir a explorações significativas, tendo como pano de fundo a abordagem CPA. Como forma de atribuir um papel ativo aos alunos na construção do seu saber, o professor deverá ter a preocupação de proporcionar situações que confiram significado às aprendizagens, envolvendo-os num processo de manipulação, de criação e de descoberta, o que os deixará à vontade para recorrer às competências adquiridas em contextos posteriores.

No que respeita à propriedade comutativa, é importante que os alunos se apropriem do significado desta, utilizando material manipulável adequado. Os alunos deverão ser conduzidos a descobrir que, independentemente da ordem dos fatores, o produto não se altera. Deve-se, contudo, realçar a importância da posição dos fatores (multiplicador e multiplicando) relativamente ao que representam quando transformamos uma multiplicação numa adição de parcelas iguais ou vice-versa, aspeto particularmente importante na análise de situações concretas: o multiplicador indica o número de grupos (número de parcelas) e o multiplicando indica o número de elementos de cada grupo (parcela que se repete). Convenciona-se colocar o multiplicador no lado esquerdo e o multiplicando no direito, tendo-se "multiplicador $\times$ multiplicando = produto". Por exemplo, 3×5 (três vezes o cinco) significa que existem 3 grupos de 5 elementos cada, ao todo temos 15 elementos ($3 \times 5 = 5 + 5 + 5 = 15$). Já 5×3 (cinco vezes o três) significa que existem 5 grupos de 3 elementos cada, ao todo temos novamente 15 elementos ($5 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$).

Os alunos devem compreender que a organização que damos aos grupos dita a expressão para a multiplicação, no que respeita à posição dos fatores (multiplicador e multiplicando). É, portanto, crucial enfatizar que a posição dos fatores fornece uma informação muito importante na interpretação de uma situação concreta envolvendo uma multiplicação. Contudo, há que explicar que, apesar de alterarmos a posição dos fatores, o produto obtido não se altera, o que devemos, então, denominar de propriedade comutativa da multiplicação. Veja-se a Figura 5.

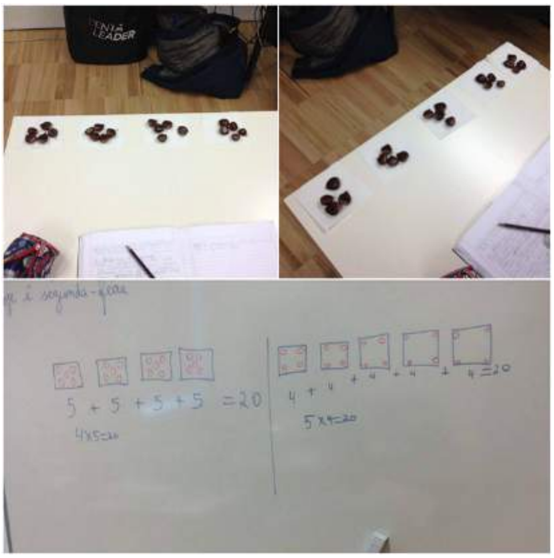

Figura 5: Exploração da propriedade comutativa da multiplicação, com recurso a castanhas e respetivo registo no caderno. Do lado esquerdo, existem 4 grupos de 5 castanhas cada ($4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$). Do lado direito, há 5 grupos de 4 castanhas cada ($5 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$).

A utilização de arrumações de uma certa quantidade de objetos em malhas retangulares é também uma estratégia que se afigura muito positiva, já que permite que os alunos visualizem e explorem a organização dos objetos em linhas e colunas, o que se revela eficaz em termos de aplicação da propriedade comutativa da multiplicação, bem como do papel de multiplicador e de multiplicando. Da Figura 6 à Figura 12, apresenta-se uma possível sequência de exploração.

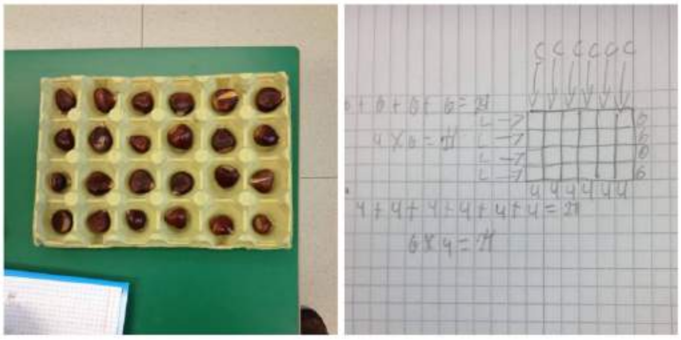

Figura 6: Exploração de uma malha retangular composta por castanhas e respetivo registo no caderno. Existem 4 linhas/grupos de 6 castanhas cada ($4 \times 6 = 6 + 6 + 6 + 6 = 24$). Há 6 colunas/grupos de 4 castanhas cada ($6 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$).

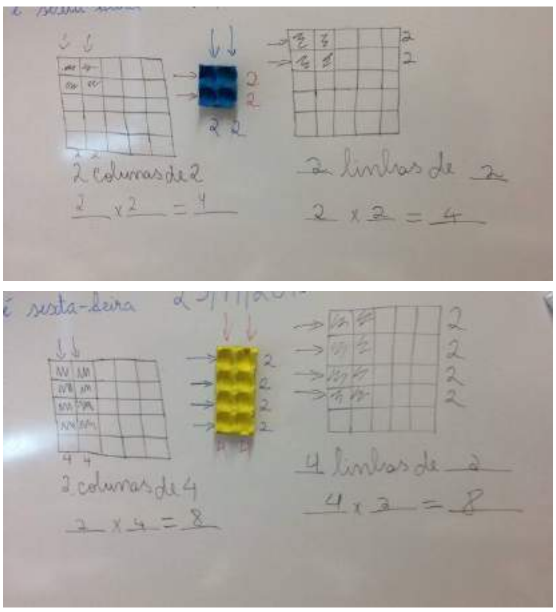

Figura 7: Exploração de malhas retangulares: os alunos devem descobrir que o todo se pode obter multiplicando o número de linhas pelo número de colunas.

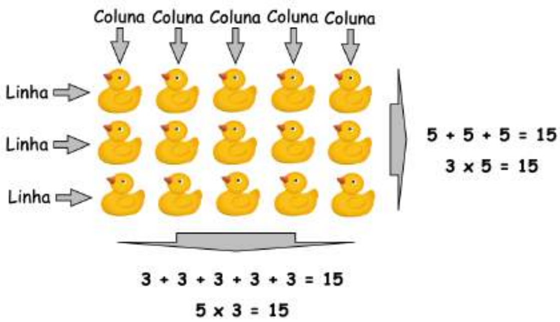

Figura 8: Exploração de uma malha retangular: leitura por linhas (existem 3 linhas/grupos de 5 patinhos cada, $3 \times 5 = 5 + 5 + 5 = 15$) e leitura por colunas (existem 5 colunas/grupos de 3 patinhos cada, $5 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$).

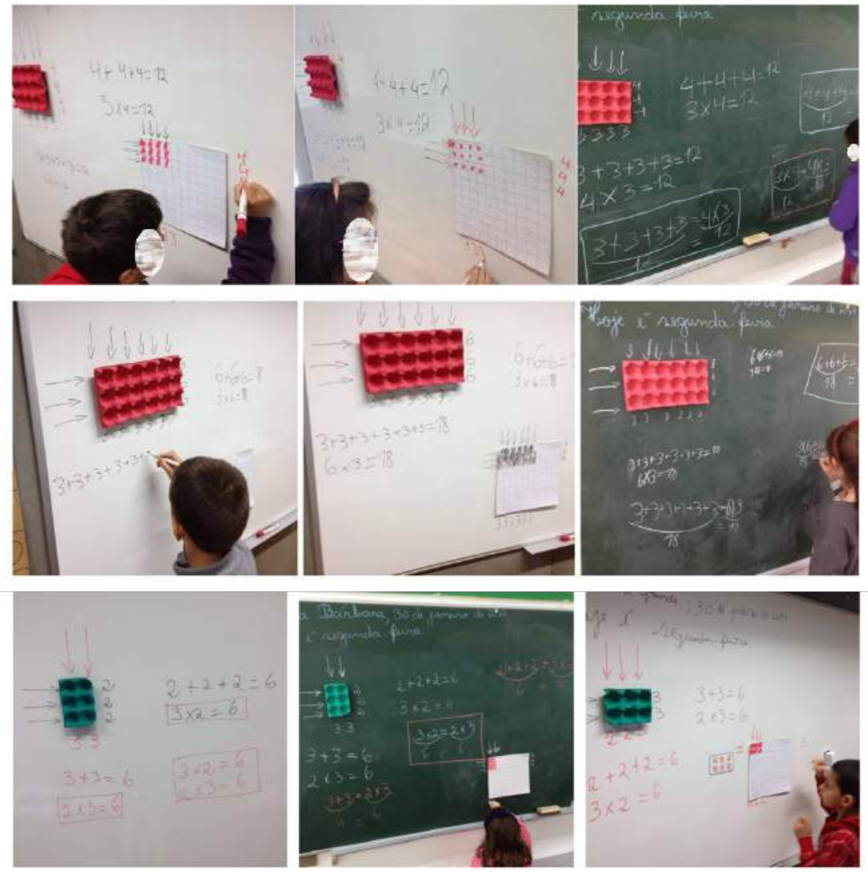

Figura 9: Nestas imagens está patente todo o trabalho que poderá ser desenvolvido a partir da exploração das malhas retangulares: adição de parcelas iguais (leitura por linhas e por colunas) e propriedade comutativa da multiplicação, mediante comparação entre expressões matemáticas equivalentes.

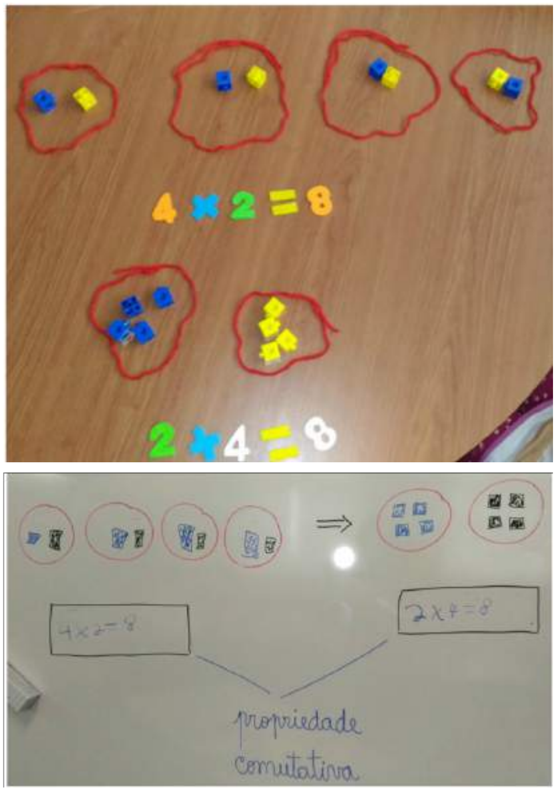

Figura 10: Outra forma de explorar a propriedade comutativa da multiplicação, sem recurso a malhas retangulares. Apresentam-se grupos iguais, sendo possível distinguir os seus elementos através de um determinado critério (no exemplo, a cor). Há 4 grupos de 2 cubos de encaixe cada, logo $4 \times 2 = 2+2+2+2 = 8$. Mas também podemos verificar que existem 2 grupos de cubos com cores diferentes (o grupo dos cubos azuis e o grupo dos cubos amarelos), cada um deles tem 4 cubos, logo $2 \times 4 = 4 + 4 = 8$.

Figura 11: Outro exemplo da mesma dinâmica explorada na Figura 10.

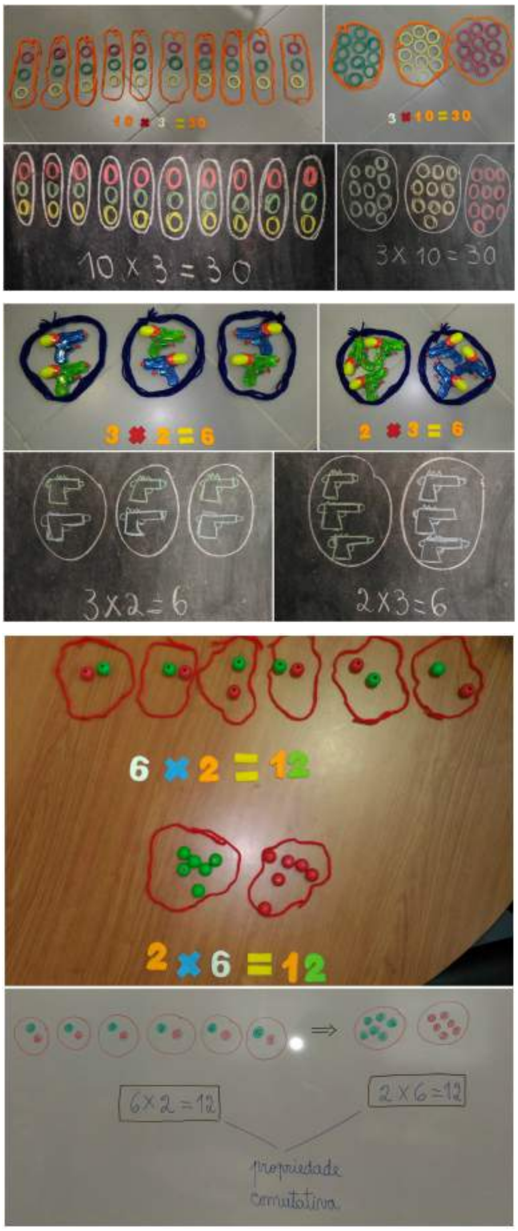

Figura 12: Mais alguns exemplos da dinâmica explorada na Figura 10.

3 Divisão: primeiras explorações

Devemos começar por explorar situações concretas em que o aluno poderá usar a operação de divisão. Esta operação também tem sentidos distintos, nomeadamente o sentido da divisão por partilha equitativa (divisão para repartir) e o sentido da divisão por agrupamento (divisão para medir).

A divisão por partilha equitativa refere-se à partilha de uma determinada quantidade por um certo número de grupos, com o intuito de descobrir que parte calha a cada grupo. Por outras palavras, usamos este sentido da divisão quando queremos distribuir um certo número de elementos igualmente por um certo número de grupos. A pergunta chave é: "Quanto calha a cada um?".

Na divisão por agrupamento, pretendemos calcular o número de grupos que obtemos ao separar uma determinada quantidade em grupos com um número específico de elementos. Assim, usamos este sentido quando temos um certo número de elementos (por exemplo, 15) e queremos fazer grupos iguais com um número específico de elementos (por exemplo, 3). A pergunta chave é: "Quantas vezes o 3 cabe no 15?".

Da Figura 13 à Figura 20, apresenta-se uma sequência de exploração dos dois sentidos da divisão, com enfoque no estabelecimento de ligações com situações da vida real dos alunos.

Figura 13: Exploração da divisão por partilha equitativa a partir de uma situação concreta. O todo (12 lápis) deve ser distribuído igualmente pelo número de alunos (3 alunos). Os 12 lápis são distribuídos, um a um, pelos 3 alunos até não haver mais lápis. Cada aluno fica com 4 lápis (12 : 3 = 4).

Figura 14: Estamos perante mais um exemplo de divisão por partilha equitativa, podendo ser analisado o processo seguido pelos alunos até obterem o número de elementos pertencente a cada um dos cinco grupos (20 : 5 = 4).

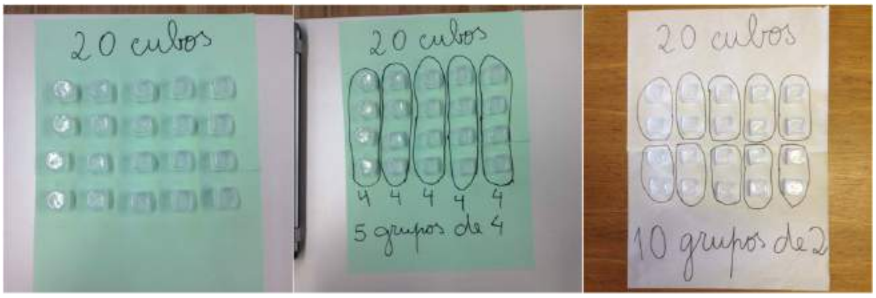

Figura 15: Exploração da divisão por agrupamento a partir de uma situação concreta. O todo (20 cubos) deve ser organizado em grupos de 4 cubos cada ou em grupos de 2 cubos cada. O objetivo desta divisão é saber quantos grupos se podem formar (20 : 4 = 5 ou 20 : 2 = 10).

Figura 16: Do lado esquerdo, um exemplo de divisão por partilha equitativa: queremos distribuir 9 copos igualmente por 3 pratos; distribuimos os copos, um a um, ficando cada prato com 3 copos (9 : 3 = 3). Do lado direito, um exemplo de divisão por agrupamento: temos 9 copos e queremos fazer grupos de 3 copos cada; formamos grupos de 3 copos até não termos mais copos, concluindo-se que podemos formar 3 grupos de 3 copos (9 : 3 = 3).

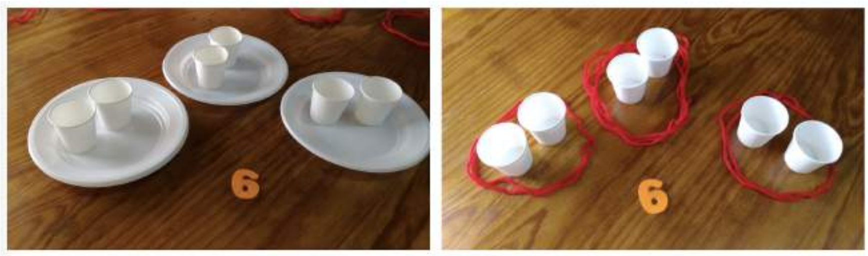

Figura 17: Do lado esquerdo, um exemplo de divisão por partilha equitativa: queremos distribuir 6 copos igualmente por 3 pratos; distribuimos os copos, um a um, ficando cada prato com 2 copos (6 : 3 = 2). Do lado direito, um exemplo de divisão por agrupamento: temos 6 copos e queremos fazer grupos de 2 copos cada; formamos grupos de 2 copos até não termos mais copos, concluindo-se que podemos formar 3 grupos de 2 copos (6 : 2 = 3).

Figura 18: Um exemplo de divisão por agrupamento: temos 12 nozes e queremos fazer grupos de 3 nozes cada; formamos grupos de 3 nozes até não termos mais nozes, concluindo-se que podemos formar 4 grupos de 3 nozes (12 : 3 = 4).

Figura 19: Outro exemplo de uma divisão por agrupamento, em que se conduz os alunos num processo gradual no que respeita à abstração da operação de divisão. Assim, a passagem do concreto para o abstrato dá-se naturalmente, uma vez que os alunos consciencializam-se com maior facilidade das operações e dos seus sentidos.

Figura 20: Explorações adicionais dos dois sentidos da divisão.

4 A multiplicação e a divisão como operações inversas

A multiplicação e a divisão são operações inversas. Assim sendo, os números envolvidos numa multiplicação estarão, inevitavelmente, presentes numa divisão que se relacione com a mesma situação. Desta forma, os alunos deverão ser conduzidos aos factos básicos da multiplicação e da divisão que comprovam a relação existente entre estas duas operações. Ao explorarem estes factos, os alunos aperceber-se-ão da relação existente entre as partes e o todo. Ilustram-se alguns exemplos de exploração, da Figura 21 à Figura 24.

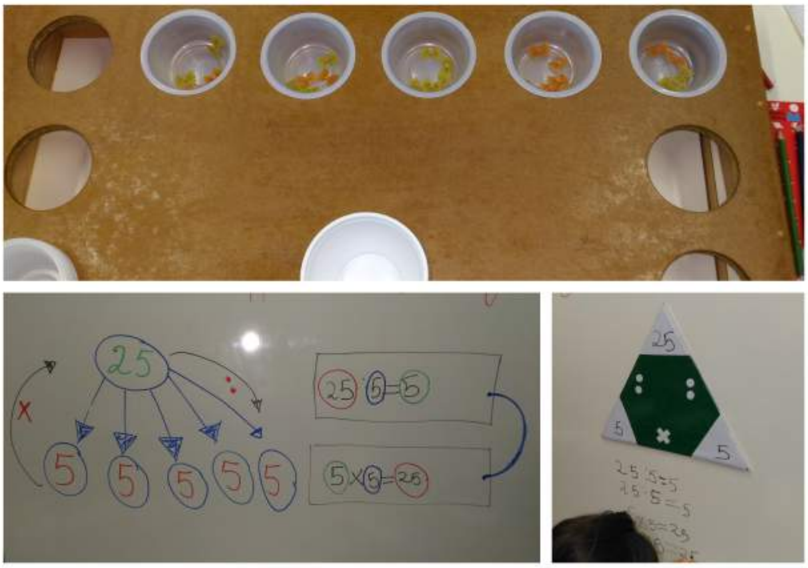

Figura 21: Exemplificação da utilização do Tabuleiro da Multiplicação e da Divisão (da autoria de João Duarte e Zélia Faria, da EBI de Arrifes) e do Triângulo da Multiplicação e da Divisão para explorar os factos básicos $5 \times 5 = 25$ e $25 : 5 = 5$. Sentido aditivo da multiplicação: o aluno parte da situação em que tem 5 recipientes pequenos (que representam os grupos), cada um com 5 massinhas; em seguida, retira as massinhas desses recipientes e coloca-as no recipiente maior (que representa o todo), contando de 5 em 5: 5, 10, 15, 20, 25. Divisão por partilha equitativa: o aluno parte da situação em que tem 25 massinhas no recipiente grande que representa o todo; em seguida, distribui por 5 recipientes pequenos (grupos) as massinhas, uma a uma, até não ter mais massinhas; por fim, chega à conclusão que cada grupo ficou com 5 massinhas. Divisão por agrupamento: o aluno parte da situação em que tem 25 massinhas no recipiente grande que representa o todo; em seguida, retira um recipiente pequeno (grupo) da pilha e coloca 5 massinhas dentro; continua a formar grupos de 5 até não ter mais massinhas; no final, conclui que conseguiu fazer 5 grupos com 5 massinhas.

Figura 22: Explorações adicionais, utilizando o tabuleiro e o triângulo, para os factos básicos $3 \times 4 = 12$, $4 \times 3 = 12$, $12 : 3 = 4$ e $12 : 4 = 3$.

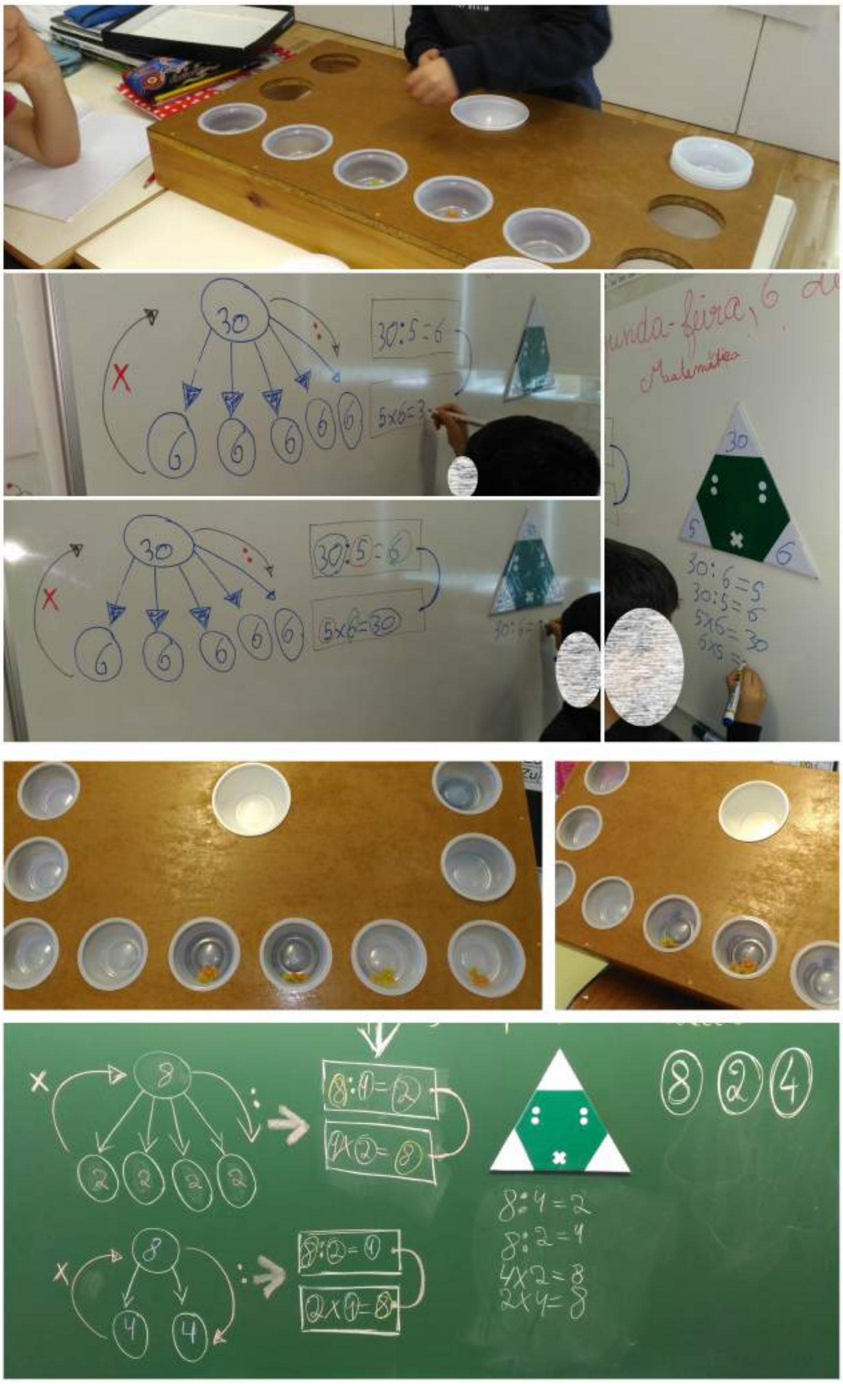

Figura 23: Exemplos de explorações realizadas, utilizando o tabuleiro e o triângulo, evidenciando a multiplicação e a divisão como operações inversas e os factos básicos.

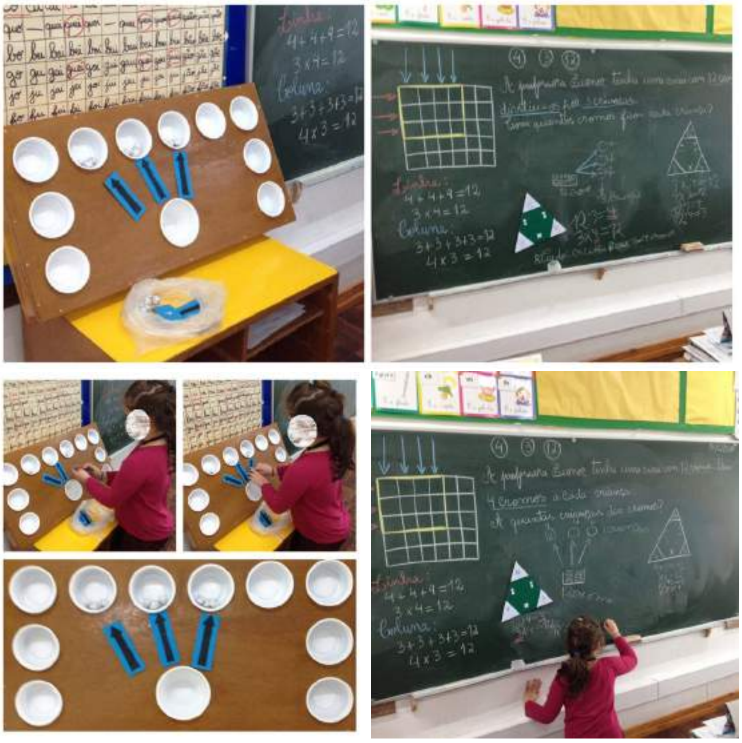

Figura 24: Resolução de situações problemáticas envolvendo os sentidos da divisão por partilha equitativa e por agrupamento, com recurso ao tabuleiro, ao triângulo e às malhas retangulares. Em situações que envolvam a divisão, quando relacionamos a expressão da divisão com a expressão correspondente da multiplicação, é importante perceber que numa divisão por partilha equitativa procuramos o multiplicando (número de elementos de cada grupo), enquanto que numa divisão por agrupamento procuramos o multiplicador (número de grupos). Por exemplo, partindo da situação em que queremos 3 grupos com 4 elementos cada ($3 \times 4 = 12$), podemos formular uma situação problemática para uma divisão por partilha equitativa ("Temos 12 rebuçados para distribuir igualmente por 3 pessoas. Com quantos rebuçados fica cada pessoa?"), em que procuramos o multiplicando ($12 : 3 = 4$), ou podemos formular uma situação problemática para uma divisão por agrupamento ("Temos 12 rebuçados e queremos embalar sacos com 4 rebuçados cada. De quantos sacos precisamos?"), em que procuramos o multiplicador ($12 : 4 = 3$).

5 As tabuadas

As tabuadas deverão surgir com o objetivo de facilitar o cálculo de expressões com parcelas que se repetem, pelo que o aluno recorre às mesmas como forma de resolver problemas que se lhe colocam.

À semelhança de todos os outros conteúdos de Matemática, também o estudo das tabuadas deverá privilegiar um processo lógico de desenvolvimento de representações mentais nos alunos, para que, depois, se passe para a memorização. Por isso, a memorização deve surgir numa fase posterior à compreensão.

É de todo importante que o aluno reconheça o processo através do qual se formam as tabuadas, pois, caso tal não se verifique, estaremos perante um discurso que evidencia números apresentados numa sequência, mas que estão totalmente desprovidos de sentido. É, ainda, pertinente que os alunos se apercebam das relações existentes entre as tabuadas de modo a que eles sejam capazes de recuperar um resultado de uma tabuada com base noutra tabuada.

Ilustram-se, em seguida, algumas explorações (Figura 25 à Figura 30).

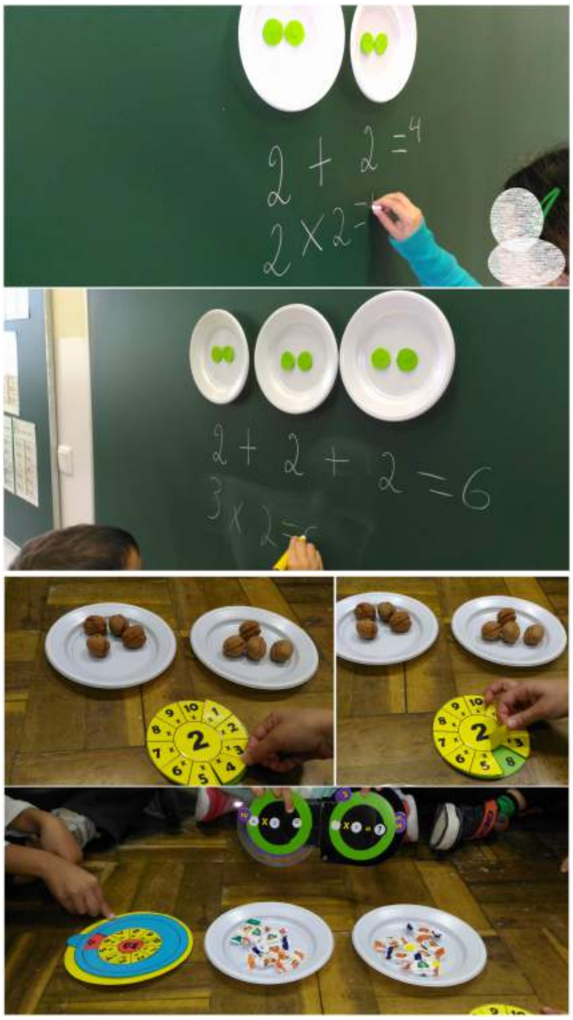

Figura 25: A partir da exploração de situações concretas envolvendo a adição de parcelas iguais, pode-se estimular o estudo das tabuadas (no exemplo, a tabuada do 2).

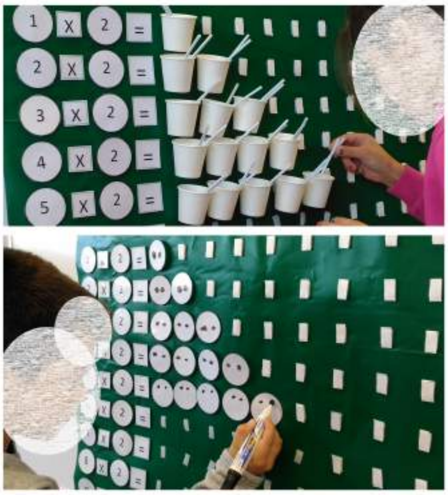

Figura 26: Na exploração da tabuada de um determinado número, esse número pode desempenhar o papel de multiplicador ou de multiplicando. É natural que comece por desempenhar o papel de multiplicando, ou seja, que indique o número de elementos de cada grupo (o valor da parcela que se repete). No exemplo, explora-se a tabuada do 2, trabalhando-se com a repetição de grupos de dois elementos cada. O recurso que se apresenta designa-se por Quadro da Multiplicação e é da autoria de Ana Isabel Ferreira, Teresa Quaresma e Cláudia Mendes, da EBI Roberto Ivens.

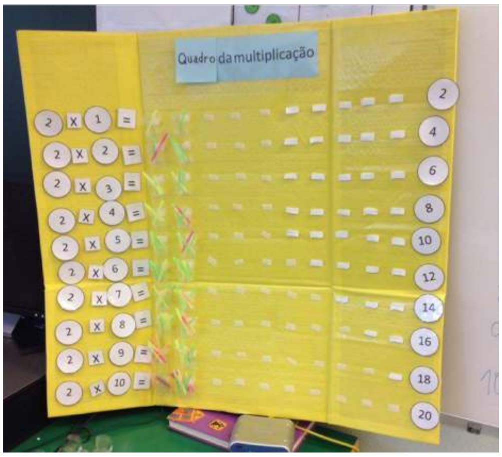

Figura 27: Na exploração da tabuada de um determinado número, esse número também pode desempenhar o papel de multiplicador (indica o número de grupos, ou seja, o número de repetições da parcela que se repete). No exemplo, explora-se a tabuada do 2, trabalhando-se com duas cópias de grupos com um número fixo de elementos (dois copos com 1 palinha, dois copos com 2 palhinhas, dois copos com 3 palhinhas, . . .). Esta dinâmica está na base do conceito de dobro.

Figura 28: Explorações das tabuadas do 2, 5 e 10. Estas são naturalmente as primeiras tabuadas a explorar. Como 2 e 5 são divisores de 10, as três tabuadas relacionam-se entre si.

Figura 29: Explorações da tabuada do 4, que se relaciona com a tabuada do 2.

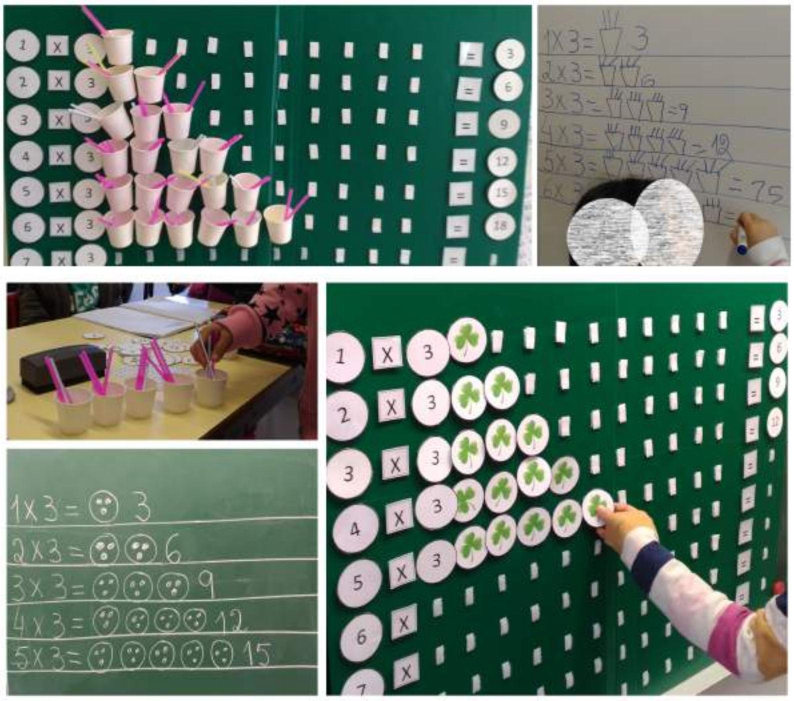

Figura 30: Explorações da tabuada do 3, envolvendo ativamente os alunos e dando primazia à abordagem CPA.

6 Operadores multiplicativos e partitivos

Tal como se explicitou anteriormente (Figuras 26 e 27), na exploração da tabuada de um determinado número, esse número tanto pode desempenhar o papel de multiplicando como de multiplicador. Sendo assim, os conceitos de dobro, triplo, quádruplo e quíntuplo podem ser, desde logo, explorados no contexto das tabuadas do 2, 3, 4 e 5, quando esses números desempenham o papel de multiplicador (indicando que é necessário efetuar, respetivamente, 2, 3, 4 e 5 cópias).

Tanto os operadores multiplicativos como os partitivos atuam sobre um determinado número. Os operadores multiplicativos estão associados à operação de multiplicação e os partitivos à operação de divisão. Desta forma, a multiplicação de um determinado número por 2, 3, 4 e 5, dará origem ao dobro, triplo, quádruplo e quíntuplo desse número. Por outro lado, os operadores partitivos dividem um dado número por 2, 3, 4 e 5, sendo que os quocientes obtidos representam a metade, a terça parte, a quarta parte e a quinta parte. O recurso à concretização de diversas situações para explicitar a relação existente entre as operações de multiplicação e de divisão facilitará a compreensão da dinâmica implícita aos operadores.

Ilustram-se, em seguida, algumas explorações que relacionam as duas operações (Figura 31 à Figura 34).

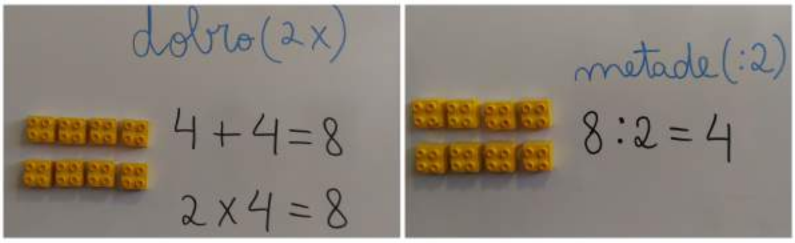

Figura 31: O dobro de 4 e a metade de 8.

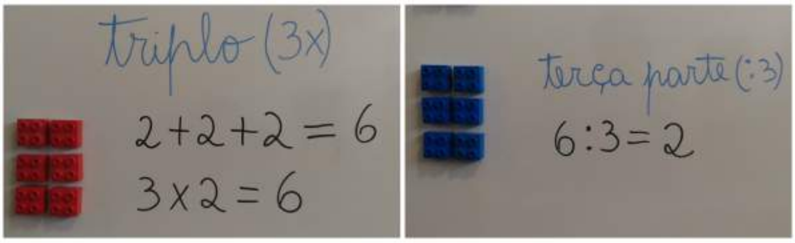

Figura 32: O triplo de 2 e a terça parte de 6.

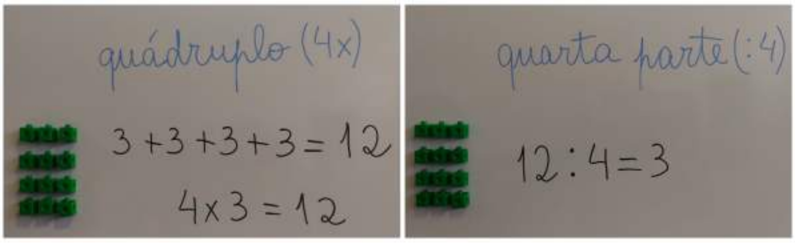

Figura 33: O quádruplo de 3 e a quarta parte de 12.

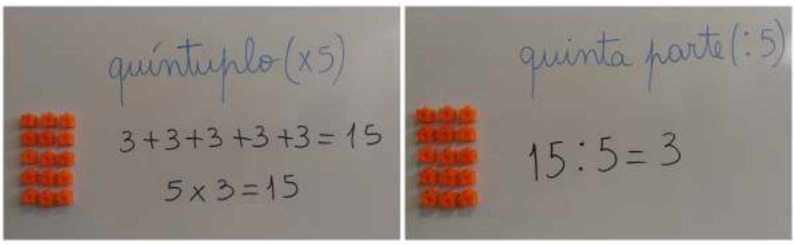

Figura 34: O quíntuplo de 3 e a quinta parte de 15.

7 Os pictogramas e as tabuadas

Na abordagem ao domínio Organização e Tratamento de Dados (OTD), nomeadamente aos pictogramas, pretende-se que o aluno organize e interprete a informação relativa a diferentes situações e contextos. O aluno deverá interpretar a informação que lhe é apresentada, de modo a retirar conclusões e/ou estabelecer comparações, utilizando vocabulário apropriado.

Nas Figuras 35 a 39, apresentam-se exemplos de pictogramas em que as imagens valem mais do que uma unidade, sendo esta uma oportunidade para aplicar as diferentes tabuadas. A escolha dos contextos para os pictogramas deverá ter por base temas associados ao quotidiano dos alunos, estimulando-se assim aprendizagens mais significativas.

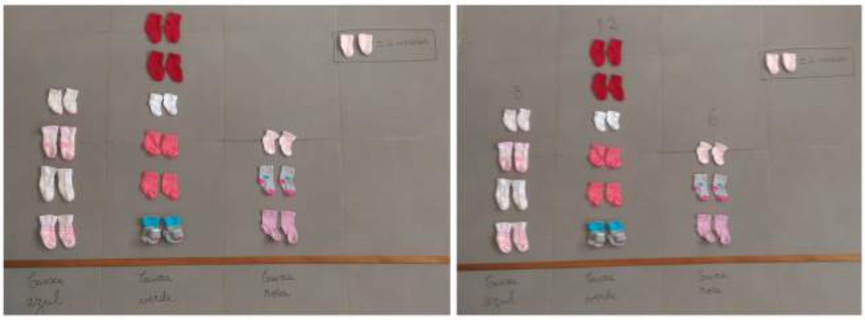

Figura 35: Pictograma que remete para a aplicação da tabuada do 2, em que cada par de meias representa 2 unidades.

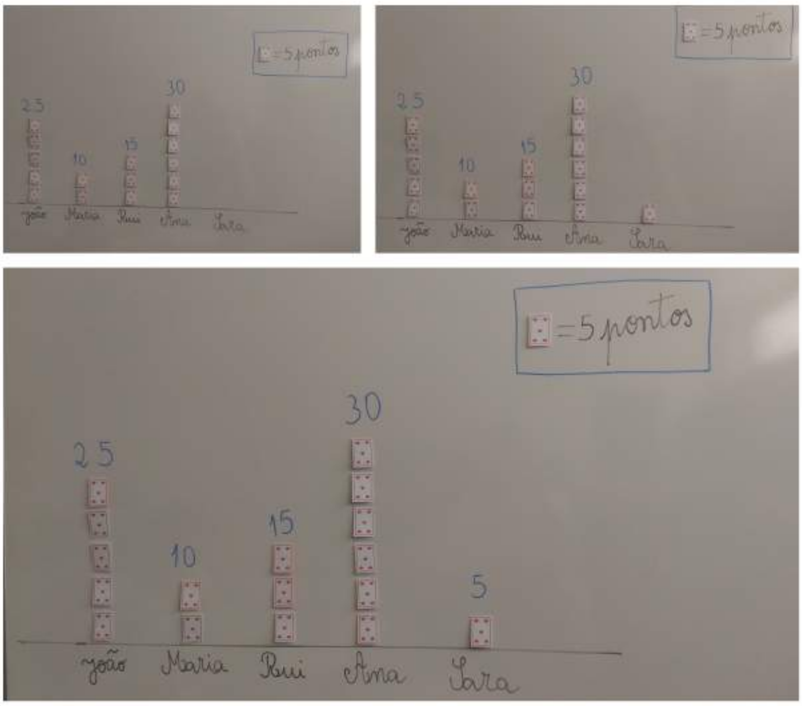

Figura 36: Pictograma que remete para a aplicação da tabuada do 5, em que cada carta representa 5 unidades.

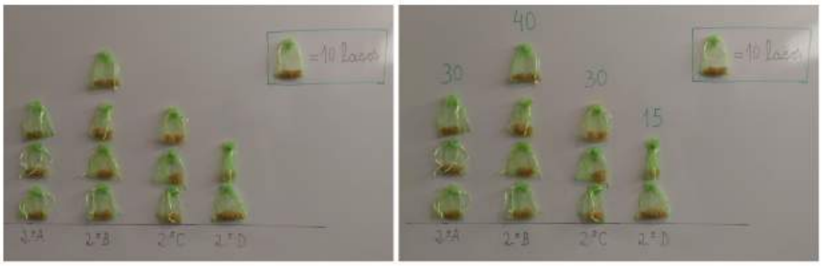

Figura 37: Pictograma que remete para a aplicação da tabuada do 10, em que cada saco representa 10 unidades.

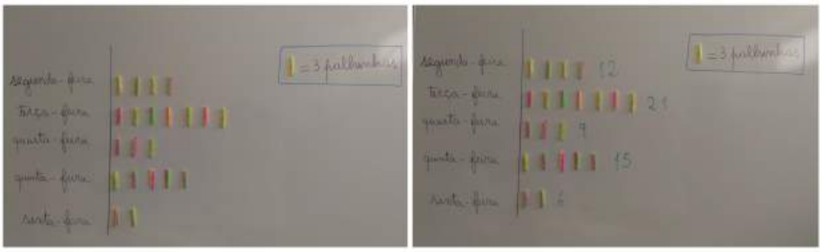

Figura 38: Pictograma que remete para a aplicação da tabuada do 3, em que cada molho de palhinhas representa 3 unidades.

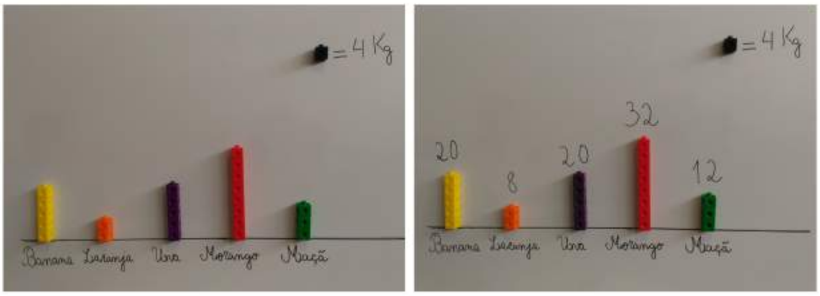

Figura 39: Pictograma que remete para a aplicação da tabuada do 4, em que cada peça representa 4 unidades.

8 Multiplicação por 1 e por 0

No que respeita à exploração da operação de multiplicação quando um dos fatores é o número um, devemos levar o aluno a descobrir, exemplificando de forma concreta, que, nessas situações, o produto é sempre igual ao número que está a ser multiplicado por um (o número um é o elemento neutro da multiplicação).

Aquando do estudo da multiplicação também é importante explorar situações em que um dos fatores é zero. Os alunos devem perceber que o zero é o elemento absorvente da multiplicação, pelo que o produto de um número por zero é sempre igual a zero. A par disso, devemos explorar situações concretas em que o zero surge como multiplicando e também como multiplicador, tal como para a multiplicação por um. Nas Figuras 40 e 41, apresentam-se alguns exemplos de exploração.

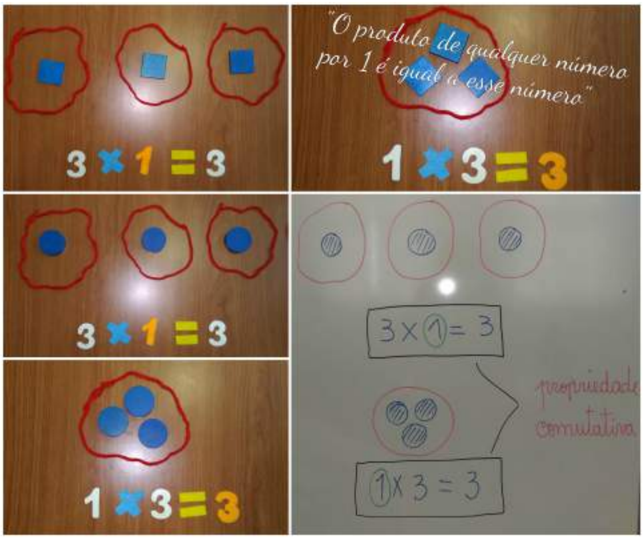

Figura 40: Abordagem à multiplicação por 1, quando 1 desempenha o papel de multiplicando (indica o número de elementos em cada grupo – três cópias de 1, 3×1) e de multiplicador (indica o número de grupos – 1 cópia de três, 1×3).

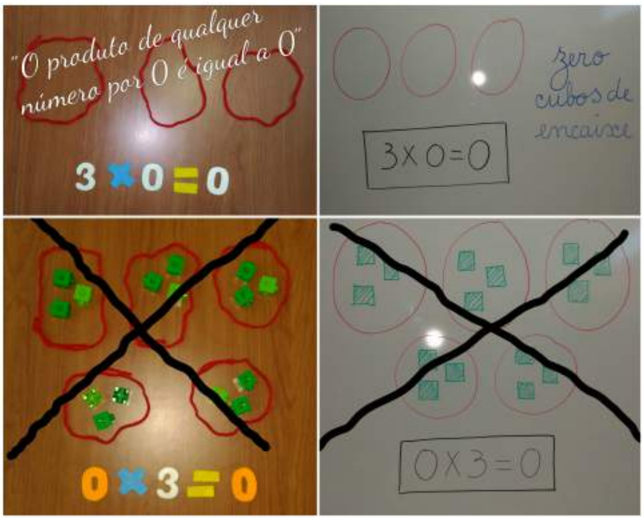

Figura 41: Abordagem à multiplicação por 0, quando 0 desempenha o papel de multiplicando (indica o número de elementos em cada grupo – três cópias de 0, 3×0; “tenho três conjuntos de 0 peças, logo tenho 0 peças”) e de multiplicador (indica o número de grupos – 0 cópias de três, 0×3, “gostava de ter alguns conjuntos de três peças, mas não tenho conjunto algum, logo tenho zero peças”).

9 Multiplicação no sentido combinatório

Como já foi referido, a multiplicação é uma operação que apresenta diferentes sentidos, situação que nos leva, nesta fase, à exploração do sentido combinatório desta operação. Mais uma vez, com as tarefas desenvolvidas, procurou-se explorar situações que tivessem significado para os alunos, sendo utilizados exemplos próximos do dia a dia. O sentido combinatório está relacionado, como o próprio nome indica, com a combinação de diferentes dados com o intuito de descobrir uma totalidade de possibilidades. As Figuras 42 a 45 exemplificam algumas sugestões de exploração.

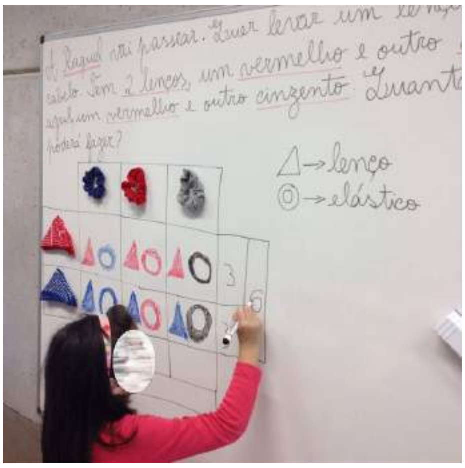

Figura 42: Numa fase posterior ao preenchimento da tabela de dupla entrada, segue-se a resolução da situação problemática, recorrendo à multiplicação.

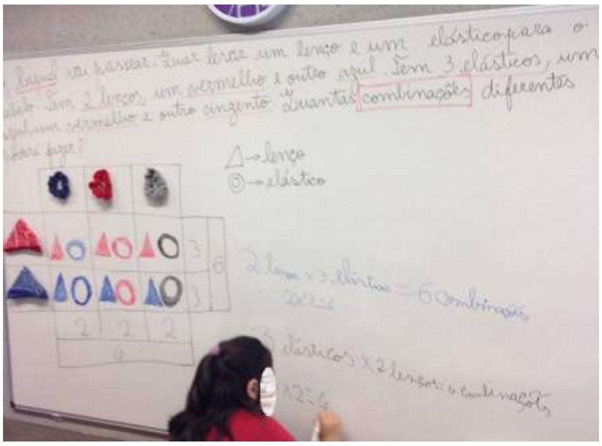

Figura 43: Pode-se fazer uma leitura por linhas ("tenho 2 lenços; para cada lenço que escolha, há 3 elásticos possíveis; logo, tenho $2 \times 3 = 3 + 3 = 6$ combinações lenço-elástico") ou uma leitura por colunas ("tenho 3 elásticos; para cada elástico, há 2 lenços possíveis; logo, tenho $3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6$ combinações lenço-elástico").

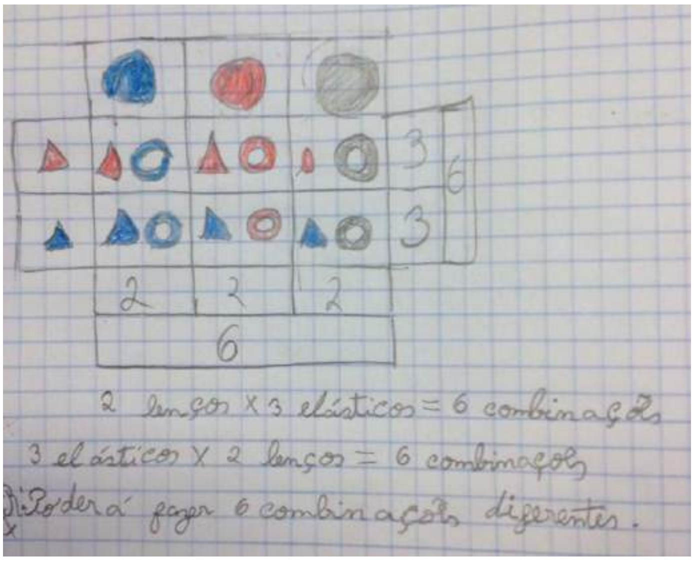

Figura 44: Registo no caderno da resolução da situação problemática.

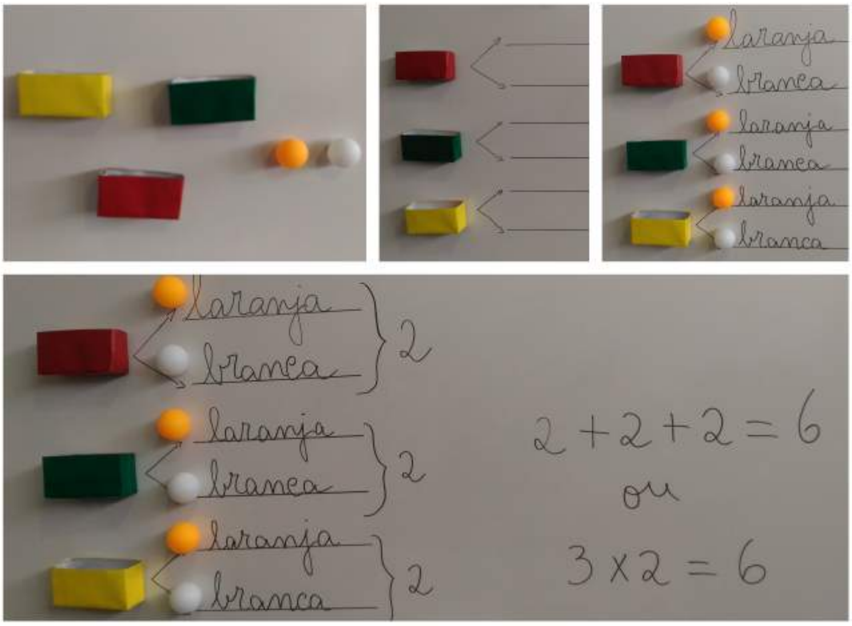

Figura 45: Esboço de um diagrama em árvore: combinação de três cores diferentes de caixas (vermelho, verde e amarelo) com duas cores diferentes de bolas (laranja e branco). Exploração das diferentes possibilidades e estabelecimento da relação tanto com a adição de parcelas iguais como com a multiplicação. Exploração análoga pode ser desenvolvida considerando primeiro as duas bolas e, para cada bola, as três caixas possíveis. Nesse caso, as expressões matemáticas seriam: $3 + 3 = 6$ e $2 \times 3 = 6$.

Referências

[1] Bruner, J. S. *The Process of Education*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1960.

[2] Bruner, J. S. *Para uma Teoria da Educação* (Trad. M. Vaz), Lisboa: Relógio D' Água Editores, 1966.

[3] Dienes, Z. *Building up Mathematics*, London: Hutchison Educational Limited, 1971.

[4] Hoong, L. Y., Kin, H. W., Pien, C. L. "Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its Origins and Charting its Future", *The Mathematics Educator* 16 (1), 1–18, 2015.

[5] Ministério da Educação e Ciência. *Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico*, Lisboa: MEC – Direção Geral de Educação, 2013.

[6] Ministry of Education of Singapore. *Primary Mathematics Teaching and Learning Syllabus*, Singapore: Ministry of Education of Singapore, 2012. Obtido em novembro de 2018, de `http://www.dphu.org/uploads/attachements/books/books_130_0.pdf`

[7] Skemp, R. *Mathematics in the Primary School*, London: Routledge, 1989.

[8] Yee, L. P., Hoe, L. N. (Eds.). *Teaching Primary School Mathematics: A Resource Book*, 2nd Edition, Singapore: McGraw-Hill, 2009.